

# Einfluß der Höhe von Betonzylindern auf das Ergebnis einer Druck-E-Modul-Messung

(Bestimmung des E-Moduls nach DIN 1048, Blatt 3)

Von Manfred Lusche, Düsseldorf

## Übersicht

*In DIN 1048 (neu), Blatt 3, werden für die E-Modul-Bestimmung Zylinder mit 15 cm Durchmesser und 30 cm bzw. 60 cm Höhe und Prismen 70 cm × 15 cm × 15 cm vorgesehen. Für den E-Modul wird die Stauchung mittels Meßstrecken bestimmt, die in Druckrichtung auf der Betonoberfläche angebracht sind. Die aus der Längsstauchung und Querdehnung sich ergebende Verformung des Zylinders unter einachsiger Druckbelastung ist über seine Höhe ungleich, weil die Querdehnung der Druckflächen des Zylinders durch Reibung an den Druckplatten der Prüfpresse behindert wird. Dies hat auf das Ergebnis einer E-Modul-Messung dann einen Einfluß, wenn die Meßstrecke auch den Bereich des Prüfkörpers einschließt, auf den sich die Endflächenreibung auswirkt.*

*Bei den Untersuchungen wurde diesem Einfluß auf den E-Modul durch Messung an 30 und an 60 cm hohen Betonzylindern aus 4 verschiedenen Mischungen nachgegangen. Es konnte festgestellt werden, daß mit den in DIN 1048, Blatt 3, vorgesehenen Zylindern von 30 cm und 60 cm Höhe praktisch ausreichend übereinstimmende E-Moduln zu erwarten sind, da unter sonst gleichen Verhältnissen die Unterschiede zwischen den an 30 cm hohen und den an 60 cm hohen Zylindern mit Meßstrecken von jeweils 15 cm ermittelten E-Moduln nur rd.  $\pm 1\%$  betragen. Diese Unterschiede sind erheblich kleiner als die, mit denen man im allgemeinen wegen ungleichmäßiger Beschaffenheit der Prüfkörper rechnen muß (hierdurch bedingte Streuung des E-Moduls bei diesen Untersuchungen  $\pm 4$  bis  $\pm 6\%$ ).*

## 1. Allgemeines

### 1.1 Grundsätzliches zur Bestimmung des E-Moduls am Beton

Ein ideal-elastischer fester Körper würde sich unter der Einwirkung einer Last verformen und nach dem Entfernen der Last seine ursprüngliche Form wieder annehmen. Zwischen Spannung und Verformung besteht in diesem Falle Proportionalität (Hookesches Gesetz). Proportionalitätsfaktoren sind die von der Belastungsart abhängigen elastischen Moduln. Die strenge Proportionalität ist bei keinem Stoff erfüllt, jedoch wird das Hookesche

Gesetz als Näherung an das wirkliche Verhalten eines festen Körpers aus Gründen der Vereinfachung der rechnerischen Behandlung von Festigkeitsfragen allgemein zugrundegelegt, zumal bei einigen Stoffen (wie Metallen, Gläsern) annähernd Geradlinigkeit der Spannungs-Verformungs-Linien im Gebrauchsbereich besteht.

Bei Beton ist die Proportionalität zwischen Spannung und Verformung praktisch bei keiner Laststufe erfüllt. Um dennoch einen Materialkennwert aus dem relativ einfach meßbaren Spannungs-Verformungs-Verhalten des Betons zu gewinnen, definiert man je nach der Bestimmungsmethode den Druck-Elastizitätsmodul entweder als Anstieg vom Nullpunkt der Spannungs-Linie (Tangentenmodul) oder als Anstieg der Verbindungsgeraden vom Nullpunkt der Spannungs-Linie zu einem definierten Kurvenprodukt, z. B. dem bei  $1/3$  der Bruchlast, als Sekanten- oder Sehnenmodul, siehe Bild 1.

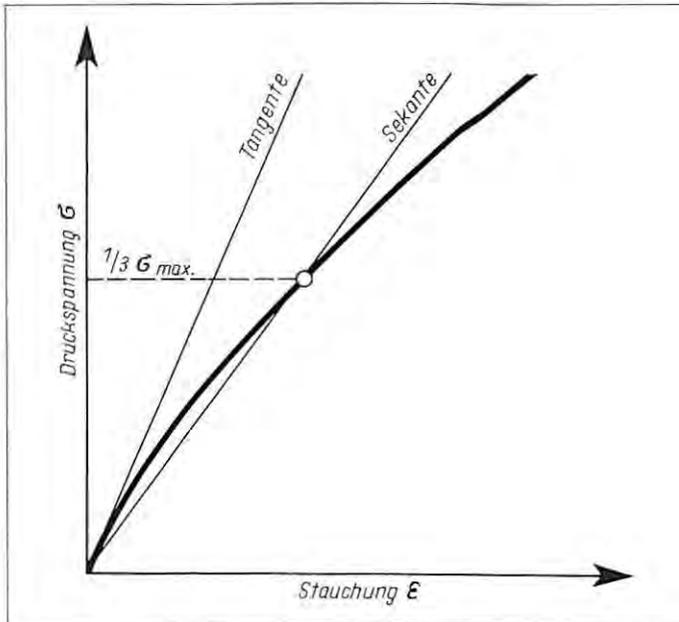


Bild 1 Schematische Darstellung der Spannungs-Stauchungs-Linie von Beton mit eingezeichneter Tangente und Sekante zur Bestimmung des Tangenten- und Sekanten-(Sehnen-)Moduls

Die Verformung des Betons weist zeitunabhängige und zeitabhängige elastische und plastische Anteile auf. Der zeitabhängige Anteil bewirkt unter Last und nach Entfernen der Last Kriechen und Relaxation (das ist das Nachlassen der Spannung in einem Betonkörper bei unveränderter Dehnung). Anstieg und Verlauf der Spannungs-Dehnungs-(bzw. Stauchungs-)Linie des Betons sind deshalb belastungs- und zeitabhängig. Auf die Größe des E-Mod-

duls unter einer Belastung, die zu merklichen Verformungen führt, wirken sich die Lasthöhe, die Be- und Entlastungsgeschwindigkeit und die Zahl der Belastungszyklen sehr empfindlich aus. Unterschiedliche Verfahren der E-Modul-Bestimmung können aus diesen Gründen auch nicht zu übereinstimmenden Ergebnissen führen. Eine Zusammenstellung der meisten international gebräuchlichen Verfahren der E-Modul-Bestimmung findet sich bei [1].

Die vorgesehene Neufassung der DIN 1048 — Prüfverfahren für Beton — wird deshalb die E-Modul-Bestimmung erstmals einheitlich festlegen (Blatt 3: Bestimmung des statischen Druck-Elastizitätsmoduls). Der Verlauf des Be- und Entlastungsvorgangs sieht danach folgendermaßen aus: Auf den Betonkörper (Zylinder von 15 cm Durchmesser und 30 bzw. 60 cm Höhe oder Prismen  $15\text{ cm} \times 15\text{ cm} \times 70\text{ cm}$ ) wird eine Unterlast von der Größenordnung  $5\text{ kp/cm}^2$  aufgebracht, dann werden die Meßgeräte abgelesen (bei Verwendung geeigneter Meßgeräte kann auch vollkommen entlastet werden, d. h. Unterlast gleich Null). Anschließend wird die Last mit einer Geschwindigkeit von etwa  $5\text{ kp/cm}^2$  in der Sekunde gesteigert, bis die Last etwa  $\frac{1}{3}$  der erwarteten Bruchlast des Probekörpers erreicht hat (Oberlast). Unmittelbar danach wird mit der gleichen Geschwindigkeit bis zur Unterlast entlastet. Dieser Be- und Entlastungsvorgang ohne Verformungsmessung wird zehnmal durchgeführt. Nach der 10. Entlastung wird die Unterlast 30 s lang konstantgehalten. Unmittelbar nach Ablauf dieser 30 s werden die Meßgeräte abgelesen und wird die Längenänderung bestimmt. Danach wird die Last nochmals mit der angegebenen Geschwindigkeit bis zur Oberlast (etwa  $\frac{1}{3}$  der zu erwartenden Bruchlast) gesteigert. Unmittelbar nach Konstanthaltung der Oberlast während 30 s werden die Meßgeräte abgelesen und wird die Längenänderung bestimmt. Anschließend wird die Last mit der angegebenen Prüfgeschwindigkeit bis zum Bruch des Probekörpers gesteigert. Der Druck-E-Modul errechnet sich als Quotient aus der Druckspannungsdifferenz von Ober- und Unterlast und der Differenz der zugehörigen Stauchungen vor und bei der 11. Belastung.

## 1.2 Fehler bei der E-Modul-Bestimmung

Die Fehler, die bei der E-Modul-Bestimmung auftreten können, hängen von den Fehlern der Last- und der Verformungsmessung ab. Die Fehler der Lastbestimmung sind im wesentlichen durch den zulässigen Fehler der Prüfpresse gegeben. DIN 1048, Blatt 3, schreibt eine Druckprüfmaschine der Klasse 1 (nach DIN 51 223) vor, bei der gewährleistet ist, daß der Fehler des jeweiligen Anzeigewertes im Anwendungsbereich nicht größer als  $\pm 1\%$  wird. Dazu kommen unter Umständen noch Ablesungsungenauigkeiten, die bei dieser Betrachtung jedoch vernachlässigt werden sollen.

Die Fehler der Stauchungsmessung hängen von einigen Gefügeeigenschaften des Betons und von den Fehlern der Meßgeräte, z. B. der elektrischen Meßkette aus Meßwertgeber am Prüfkörper, Meßwertverstärker und Anzeigeelement, ab.

Die Anisotropie der Gefüge- und Stoffeigenschaften innerhalb der Meßstrecke eines Betons beeinflußt die Verformung der Prüfkörperoberfläche, an der die Meßwertgeber angebracht sind. Sie

rührt her von unterschiedlichen elastischen und plastischen Eigenschaften der einzelnen Zuschlagkörner, der Kornverteilung, der Art und Verteilung von Poren und Feinmörtel sowie ggf. von der Feuchtigkeitsverteilung im Beton. Die Meßstrecke für die Stauchungsmessung auf der Prüfkörperoberfläche (nach DIN 1048, Blatt 3, mindestens 15 cm) überspannt damit einen Bereich ungleichmäßiger Dehnungsverteilung.

Aus Untersuchungen über die Abhängigkeit von Messungen mit Dehnungsmeßstreifen von Meßstreifenlänge und Größtkorn [2, 3] geht hervor, daß auch bei der Messung mit 15 cm langen Dehnungsmeßstreifen an Betonen mit 30 mm Größtkorn bei einer statistischen Sicherheit von 95 % durch die ungleichmäßige Verteilung des Größtkorns eine Meßwertstreuung von etwa  $\pm 10\%$  auftreten wird.

In DIN 1048, Blatt 3, sind die noch zulässigen Fehlergrenzen für die Meßgeräte, mit denen die Verformung des Prüfkörpers gemessen wird, festgelegt. Als Meßwertgeber mit mindestens 15 cm Meßstrecke werden Meßuhren, Dehnungsmeßstreifen, Induktivgeber und Spiegelfeinmeßgeräte angegeben. Die Empfindlichkeit der mechanischen Meßgeräte bzw. der gesamten elektrischen Meßwertkette von Geber bis zum Anzeigegerät wird mit  $5 \mu\text{D}$  bzw.  $1 \mu\text{D}$  ( $1 \mu\text{D} = 1$  „Mikrodehnung“  $= 10^{-6} = 10^{-3}$  mm/m) vorgeschrieben.

Der Fehler der E-Modul-Bestimmung wird also im wesentlichen durch die Stauchungsmessung bestimmt, die überwiegend von den Stoff- und Gefügeeigenschaften des Betons abhängt. Streuungen der an sonst gleichen Prüfkörpern ermittelten Meßwerte in der Größenordnung von rd.  $\pm 10\%$  sind daher durchaus möglich. Die Auswirkung wird jedoch dadurch verringert, daß an zwei einander gegenüberliegenden Meßstrecken am Prüfkörper gemessen werden soll und die Einzelergebnisse dann gemittelt werden. Neben der so erreichten Verdoppelung der Meßstrecke werden innere und äußere Exzentrizitäten dadurch ebenfalls aus dem Ergebnis ausgeschlossen. Außerdem soll in der Regel die Messung an drei Probekörpern aus dem gleichen Beton durchgeführt werden.

## **2. Einfluß unterschiedlicher Abmessungen von Betonzylindern auf das Ergebnis der E-Modul-Bestimmung**

In welchem Maße die Abmessungen der Betonzylinder beim Vorgehen nach DIN 1048, Blatt 3, den E-Modul beeinflussen, soll anschließend untersucht werden. Dazu wird zunächst der Spannungszustand in einem Betonzylinder unter Druckbelastung in einer Prüfpresse auf mehr theoretischem Wege behandelt (Abschnitt 2.1), ebenso die gesamte Querverformung von Betonzylindern unterschiedlicher Höhe und verschiedener Betonzusammensetzung (Abschnitt 2.2).

Anschließend werden in Abschnitt 3.2 einige E-Modul-Messungen nach DIN 1048, Blatt 3, an verschieden hohen und verschieden zusammengesetzten Betonzylindern wiedergegeben sowie in Abschnitt 3.3 die Abhängigkeit der Messungen von der Zylinderhöhe beurteilt.

## 2.1 Krafteinleitung in einen Betonzylinder bei einachsiger Druckbeanspruchung

Wird ein Betonzylinder ohne eine Zwischenschicht direkt in Berührung mit den Druckplatten der Prüfmaschine belastet, so bildet sich beim Bruch ein aus zwei Kegeln bestehender Kernteil mit den Zylinderdruckflächen als Endflächen aus; siehe Bild 2. Beim Vergleich von solchen Bruchbildern zeigte sich, daß bei Beton unterschiedlicher Zusammensetzung und auch Festigkeit die Kegelwinkel alle etwa gleich ausfallen; bei den hier durchgeführten Versuchen wurden Winkel von  $60^\circ$  bis  $70^\circ$  zwischen dem Kegelmantel und der Druckfläche gemessen.



Bild 2  
Ausbildung von  
Doppelkegeln beim  
Bruch eines Beton-  
zylinders unter ein-  
achsigen Druck (Zylin-  
der 15/30 cm)

Aus dem Bruchbild wird deutlich, daß beim einachsigen Druckversuch die Querdehnung in der Mitte des Zylinders 15/30 cm größer ist als bei den an den Druckplatten anliegenden Enden. Die Behinderung der Querdehnung an den Enden von Betonprüfkörpern durch die Reibung an den Stahldruckplatten der Prüfmaschine führt also zu einer ungleichmäßigen Verformung des Betonzylinders über seine Höhe.

Auch die Stahldruckplatten der Prüfmaschine werden beim einachsigen Druckversuch gedehnt, jedoch wesentlich geringer als die des Betons, wie eine einfache Abschätzung zeigt. Werden für den E-Modul von Stahl  $2,1 \cdot 10^6$  kp/cm<sup>2</sup> und für den des Betons  $3 \cdot 10^5$  kp/cm<sup>2</sup> gesetzt und für die Poissonschen Querverformungszahlen 0,3 bzw. 0,15, dann errechnet sich für den theoretischen Fall der

ungehinderten Querverformung bei gleicher Normalbelastung das Verhältnis für Beton und Stahl zu ungefähr 5 : 1.

Würde man nun die Betonendflächen und die Stahlflächen der Druckplatten schubfest so verbinden, daß kein Gleiten auftreten kann und daher die Dehnung der anliegenden Randfasern von Stahl und Beton gleich groß wird, so müssen im Beton Zwängungsspannungen auftreten. Im Betonzylinder überlagern sich den infolge der Inhomogenitäten radial nach außen gerichteten Druckkräften, die die Querdehnung verursachen, Druckkräfte in der Berührungzone von Beton und Stahl, die radial nach innen gerichtet sind. In den Endbereichen des Zylinders sind die nach innen gerichteten Kräfte größer, so daß hier ein dreiachsiger Druckspannungszustand entsteht.

Die theoretische Behandlung des durch die behinderte Querverformung in einem Betonkörper erzeugten Spannungszustandes ist für den dreidimensionalen Fall sehr kompliziert. Man ist auf Näherungsrechnungen angewiesen. F. Timoshenko [4] berechnete den Spannungszustand in einer elastischen Scheibe, die von zwei Seiten gleichmäßig zwischen verformbaren Platten belastet wird (siehe Bild 3). Dabei wurde vorausgesetzt, daß keine Querbewegungen auftreten.

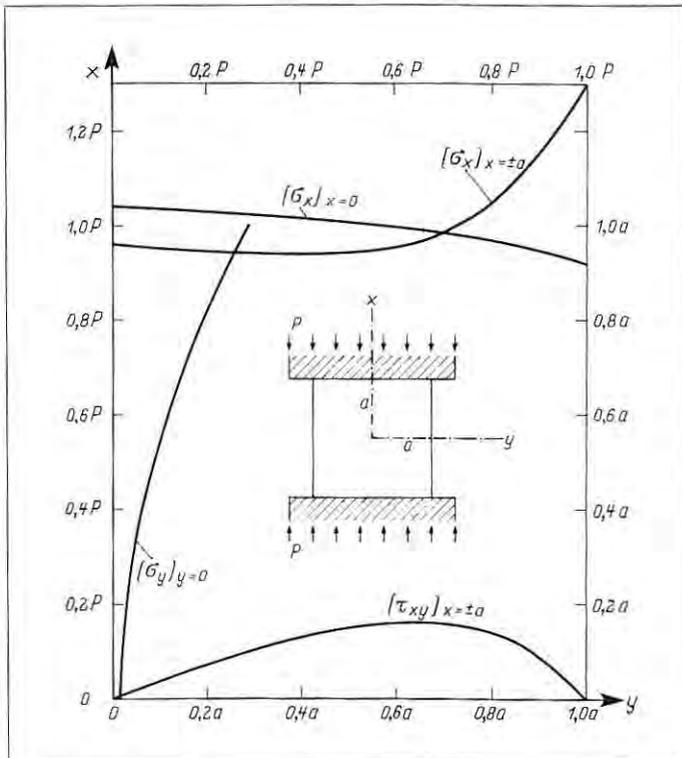


Bild 3 Spannungsverteilung in einer einachsigt belasteten, fest eingespannten Scheibe nach S. Timoshenko [4]

gung der belasteten Ränder der Scheibe auftrat. Trotz gleichmäßiger äußerer Belastung fand sich in der Scheibe eine ungleichmäßige Spannungsverteilung. In der Berührungszone von Scheibe und Belastungsplatte wies die Normaldruckspannung zu den Scheibenrändern hin eine Zunahme von etwa 30 % auf. Die Schubspannungen in der Berührungszone waren aufgrund der Randbedingungen in der Mitte und am Rand der Scheibe gleich Null. Sie hatten dazwischen ein Maximum von etwa dem 0,2fachen der von außen aufgetragenen Spannung.

Für Beton zwischen Stahldruckplatten hat H. Hilsdorf [5] die Größe der Zwängungsspannungen abgeschätzt. Demnach entstehen im Stahl und Beton bei schubfestem Verbund in den anliegenden Zonen maximale Querdruckspannungen von etwa 47 % der von außen aufgetragenen Druckspannung. Werden Schubkräfte in der Berührungsfläche von Beton und Stahl nur durch Reibung übertragen, d. h. ist der Verbund nicht schubfest, so nehmen die Querdruckspannungen im vorliegenden Falle auf etwa 30 % ab.

Um die Spannungen in der an der Stahldruckplatte anliegenden Betonzone in grober Näherung zu erfassen, wurde die Dehnungsverteilung in der Druckfläche eines Betonzyinders (15/30 cm) ermittelt. Dazu wurde in die Druckfläche in Richtung eines Durchmessers eine Nut eingefräst, in die vier aneinandergereihte Dehnungsmeßstreifen geklebt wurden (siehe Bild 4). Mit diesem Verfahren konnte nur der angenäherte Verlauf der Verformung über den Querschnitt dieser Druckflächen ermittelt werden, da das Einfräsen der Nut eine Verminderung der Druckfläche darstellte,



Bild 4  
Betonzylinder (15/30 cm)  
mit Dehnungsmeß-  
streifen in einer ein-  
gefrästen Nut der  
Druckfläche und auf  
dem Zylindermantel

die auch eine veränderte Kräfteinteilung in den Betonzylinder bewirken mußte. Mit den über einen Radius verteilten, nur 2 cm langen vier Dehnungsmeßstreifen sollte eine gewisse Mittelung über die elastisch-plastischen Unterschiede von Feinmörtel und Zuschlag bei deren ungleichmäßiger Verteilung erhalten werden.

In Bild 5 ist die gemessene Dehnungsverteilung in Prozent vom größten gemessenen Dehnungswert über dem Radius des Betonzylinders aufgetragen, wobei die einzelnen Meßergebnisse über der Mitte der entsprechenden 2 cm langen Dehnungsmeßstreifen aufgetragen sind (gemittelte Dehnung über 2 cm Länge).

Die Dehnungen, die am Rand der Druckfläche sehr gering waren, nahmen zur Flächenmitte hin nichtlinear zu. Es mußten daher, von der Mitte des Zylinders nach außen hin zunehmend, Kräfte rechtwinklig zur äußeren Druckkraft wirken, die die Querverformung des Zylinders behinderten, also radial nach innen wirkten. Die gemessene Querdehnungsverteilung ist demnach ein Spiegelbild der durch Reibung hervorgerufenen Spannungen in der Druckfläche. Die qualitative Verteilung dieser Zwängungsspannungen, rechtwinklig zur Druckkraft und radial zur Mitte der Druckfläche des Zylinders gerichtet, wurde in Bild 5 (gestrichelte Linie) eingezeichnet. Sie unterschied sich von der von Timoshenko [4] angegebenen Schubspannungsverteilung dadurch, daß sie am Mantel des Zylinders nicht gleich Null wurde. Der untersuchte Betonzylinder war also nicht vollständig schubfest eingespannt und konnte sich relativ zum Stahl der Druckplatten bewegen.

In Bild 6 ist der sich dabei ergebende Spannungszustand für einen Betonzylinder schematisch dargestellt. Die infolge der Inhomogenität des Betons radial nach außen gerichtete Druckkraftkomponente wurde dabei nicht berücksichtigt. Im rechten Teil des

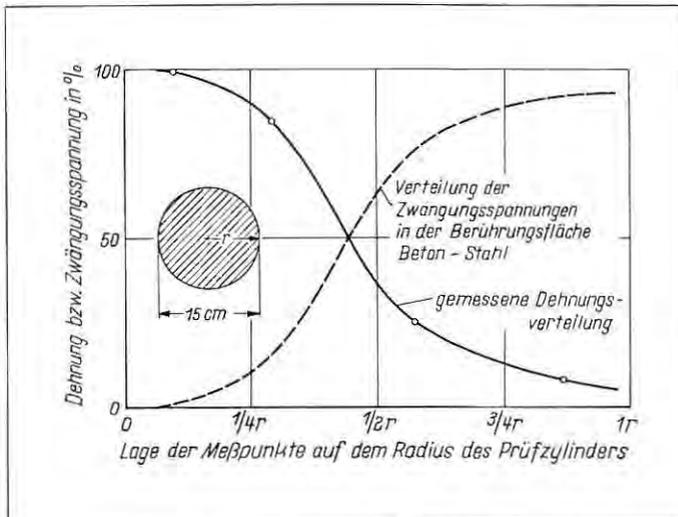


Bild 5 Dehnungsverteilung über dem Radius  $r$  der Druckflächen des Betonzylinders und angenommene Verteilung der Zwängungsspannungen

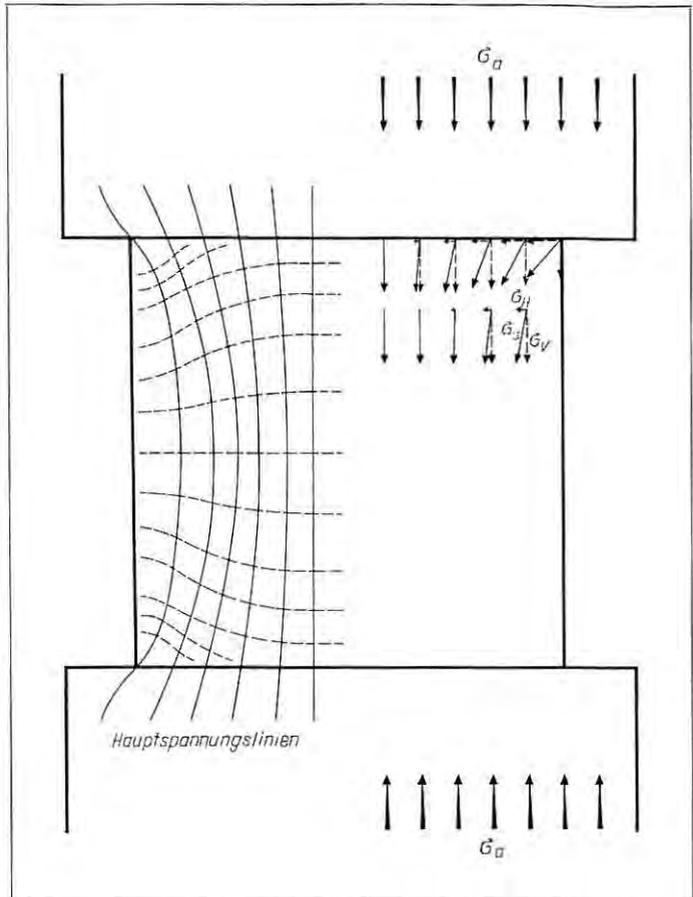


Bild 6 Schematische Darstellung des Verlaufs der Hauptspannungslinien in einem einachsig auf Druck belasteten Betonzylinder (Horizontal- und Vertikalspannungsverteilung durch die Endflächeneinspannung)

Bildes sind die Spannungen durch Vektorpfeile wiedergegeben und im linken Teil die sich aus der Verteilung der Einzelspannungen ergebenden orthogonalen Scharen der Hauptspannungslinien. Die Hauptspannungslinien dienen hier nur der qualitativen Darstellung des Spannungsflusses durch den Zylinder.

Die der äußeren Druckkraft entsprechende Druckspannung  $\sigma_a$  erzeugt durch die Endflächenreibung im Beton eine Horizontalspannung  $\sigma_H$  und eine Vertikalspannung  $\sigma_V$ . Die Resultierende  $\sigma_n$ , die ihrem Betrag nach gleich der äußeren Druckspannung  $\sigma_a$  ist, verläuft schräg zur Mitte des Zylinders hin. Die Horizontalspannungen nehmen jedoch zu tieferen Zonen des Zylinders hin ab, wodurch die Resultierende wieder parallel zur Richtung der äußeren Druckspannung  $\sigma_a$  verläuft. Dort wirkt also wieder eine einachsige Druckspannung.

Im sogenannten einachsigen Druckversuch, wie er bei der E-Modul-Bestimmung nach DIN 1048, Blatt 3, verwendet wird, entsteht an den belasteten Zylinderenden ein dreiachsiger Druckspannungszustand, der bei ausreichender Zylinderhöhe in der Zylindermitte wieder in eine einachsige Druckbeanspruchung übergeht. Bei der dreiachsigen Druckbelastung von Beton wird die Festigkeit wesentlich höher erhalten als bei einachsiger Belastung. Der kegelförmige Teil des Zylinders an beiden Enden, in dem der dreiachsige Druckspannungszustand herrscht, wird daher bei der üblichen einachsigen Druckbelastung im allgemeinen nicht zerstört.

Eine annähernd gleichmäßige einachsige Druckbeanspruchung wird sich also nur in genügendem Abstand von den Druckflächen, d. h. bei einem bestimmten Verhältnis von Probekörperhöhe zu Druckfläche, einstellen. Nimmt man den Winkel an der Kegelspitze mit  $65^\circ$  an, dann kann erst bei Zylindern mit einem Verhältnis von Höhe zu Durchmesser von 2,14 in halber Zylinderhöhe ein einachsiger Druck erwartet werden.

Diese Voraussetzung wäre bei Zylindern 15/30 cm, die in DIN 1048, Blatt 3, vorgesehen sind (siehe unter 1.1) nicht ganz erfüllt. Es soll daher untersucht werden, wie sich die nach DIN 1048 möglichen, unterschiedlich hohen Zylinder auf zugehörige E-Modul-Meßwerte auswirken.

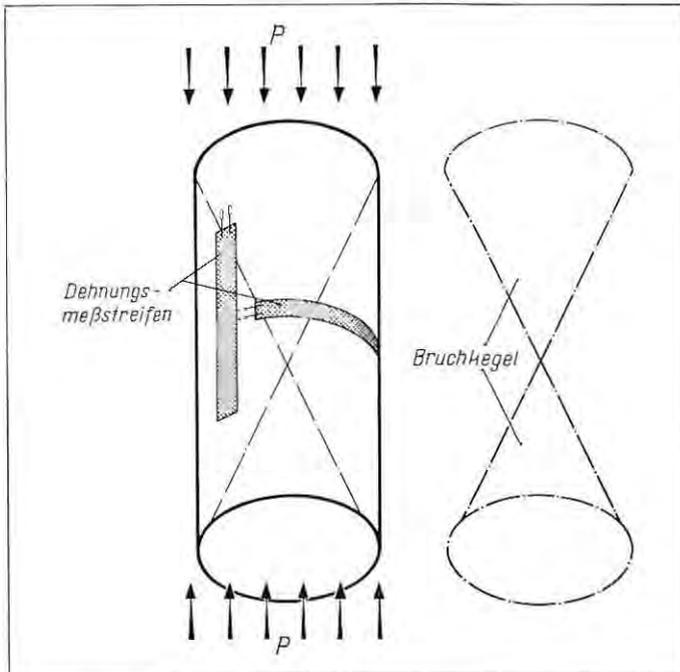


Bild 7 Schematische Darstellung der Bruchkegel eines Betonzylinders mit Dehnungsmeßstreifen

## 2.2 Die Verformung der Oberfläche unterschiedlich hoher Zylinder unter einachsiger Druckbelastung

Die Einspannung der Zylinderenden und die damit entstehende ungleichmäßige Verformung der Zylinderoberfläche kann die E-Modul-Messung dann beeinflussen, wenn der mit der Meßstrecke erfaßte Zylinderabschnitt auch den Bereich der eingespannten Zone einschließt, siehe dazu Bild 7. Die aktive Länge der eingezeichneten Dehnungsmeßstreifen für die Längs- und Querdehnungsbestimmung ist hier gleich der halben Prüfkörperhöhe (entsprechend einem 15 cm langen Dehnungsmeßstreifen auf einem 30 cm hohen Betonzylinder). Schematisch dazu ist die Lage der beiden Bruchkegel, die sich in der Zylindermitte berühren, herausgezeichnet. Bis auf die Mittelebene wirken hier in jedem Querschnitt die durch die Endflächeneinspannung erzeugten radialen Druckspannungen; es wird also vom Meßstreifen kein Bereich erfaßt, in dem ein einachsiger Druckspannungszustand wirkt.

Wie sich die Oberfläche von druckbeanspruchten Zylindern durch die in ihnen herrschenden unterschiedlichen Spannungszustände

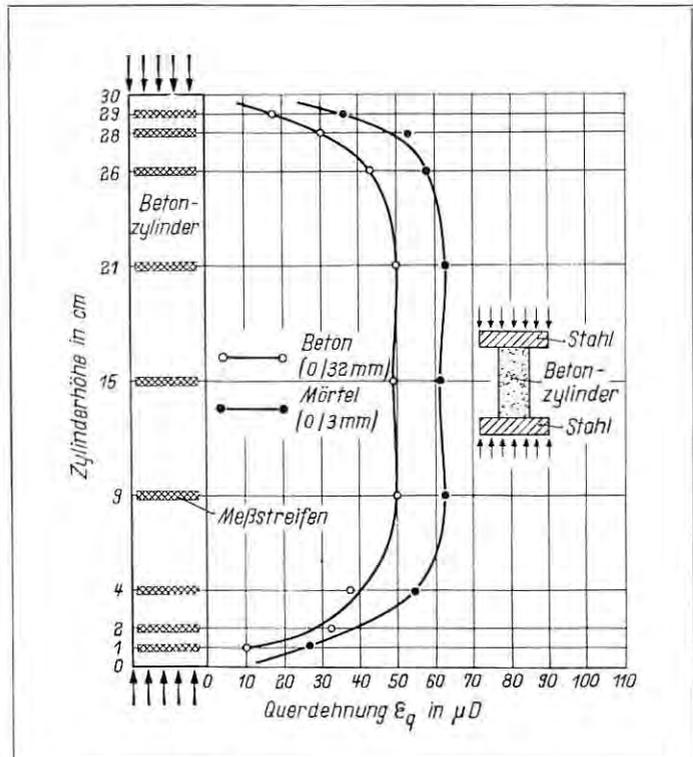


Bild 8 Gemessene Querdehnung von Mörtel- und Betonzylindern (15/30 cm) bei etwa  $\frac{1}{3}$  der Bruchlast

verformt, wurde an Zylindern von 60 cm und von 30 cm Höhe und einem Durchmesser von 15 cm untersucht. Dazu wurde die Querdehnung über die gesamte Höhe der Zylinder mit 15 cm langen Dehnungsmeßstreifen gemessen. Der Beton der Zylinder wies unterschiedliches Größtkorn auf.

In Bild 8 ist die Querdehnung von Mörtel- und Betonzylindern der Abmessungen 15/30 cm aufgetragen (als Ordinate die Höhenlage der Dehnungsmeßstreifen auf der Zylinderoberfläche und als Abszisse die Querdehnung  $\epsilon_q$ ). Die Behinderung der Querdehnung der Druckflächen zeigte sich deutlich ausgeprägt bis zu  $\frac{1}{4}$  der Zylinderhöhe. Im mittleren Teil des Zylinders änderten sich über etwa 15 cm der Höhe die Meßwerte nur geringfügig. Die Streuung der Meßwerte bei den jeweils drei geprüften Zylindern nahm mit zunehmendem Größtkorn zu. Für die Mörtelzylinder lag sie bei diesen Untersuchungen bei etwa 8 % und für die Betonzylinder bei etwa 14 %.

Die Querdehnung der 60 cm hohen Zylinder (Bild 9) unterschied sich in ihrem Verlauf von der der 30 cm hohen Zylinder dadurch, daß sich an den Enden aller drei Zylinder Ausbeulungen bildeten, die mit dem Größtkorn zunahmen (eine Erklärung hierfür konnte nicht gefunden werden). Ebenso wie bei den 30 cm hohen Zylindern umfaßte die Zone größter Dehnungsunterschiede nur etwa 7 bis 10 cm an den Zylinderenden.

Diese Versuchsergebnisse werden durch die Untersuchungen, die K. Newman und L. Lachance [6] an Zementstein-, Mörtel- und

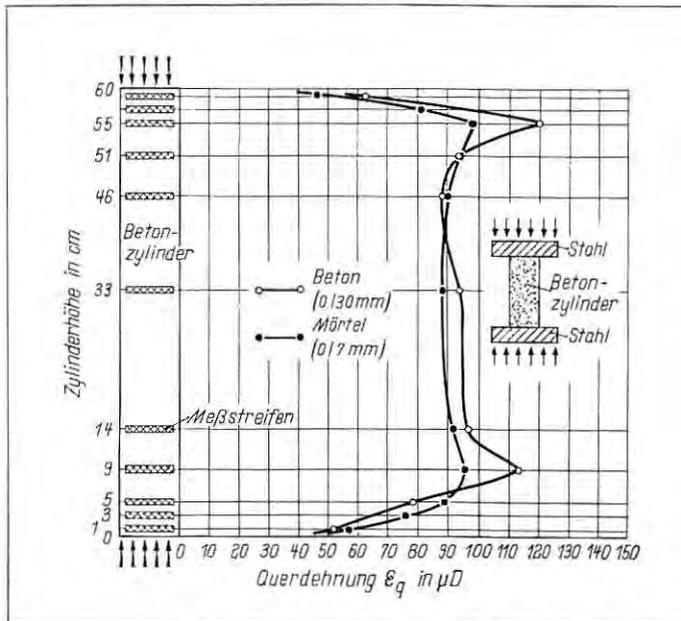


Bild 9 Gemessene Querdehnung von Mörtel- und Betonzylindern (15/60 cm) bei etwa  $\frac{1}{3}$  der Bruchlast

Betonprismen durchgeführt haben, bestätigt, wie Bild 10 zeigt. Die Querverformungen wurden hier an Prismen mit den Abmessungen  $30,5 \times 10,2 \times 10,2$  cm aus Zementmörtel (0/3 mm) und aus Beton mit 20 mm Größtkorn gemessen. Zwischen den Druckplatten der Prüfpresse und den Prismen lagen Stahlplatten von 6,4 cm Dicke und der gleichen Druckfläche, wie sie die Prismen aufwiesen. Die Höhe der Zonen ungleichmäßiger Querdehnung betrug an den Prismenenden etwa 5 cm, entsprechend je etwa  $\frac{1}{6}$  der Prismenhöhe. Die Ergebnisse von Newman und Lechance zeigen ebenfalls das Entstehen von Ausbeulungen an den Prismenenden mit zunehmendem Größtkorn.

Die Prismen wiesen nur eine Kantenlänge der Druckflächen von rd. 10 cm auf, die Zylinder dagegen hatten einen Durchmesser von 15 cm. Wenn die Winkel der Bruchkegel, die die Einflußzone kennzeichnen, gleich groß angenommen werden, entsprechen sich die Einflußzonen der Endflächenreibung von  $\frac{1}{6}$  der Körperhöhen bei den Prismen und von  $\frac{1}{4}$  der Körperhöhen bei den Zylindern. Newman und Lachance geben für die Grenze, von der ab ein einachsiger Spannungszustand in der Körpermitte zwischen den beiden Druckplatten herrscht, ein Verhältnis von Höhe zu Breite von etwa 2,5 an. Das heißt, bei einer Breite von 15 cm (Durchmesser eines Zylinders) wäre ein einachsiger Spannungszustand erst in einer Entfernung von 37,5 cm von der Druckfläche vorhanden. Dies würde bedeuten, daß weder bei 30 cm noch bei 60 cm hohen Zylindern mit 15 cm Durchmesser in der

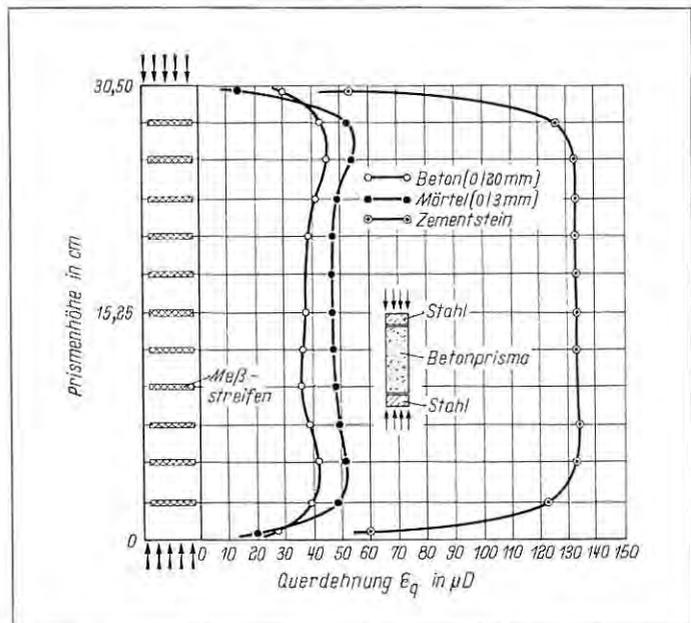


Bild 10 Querdehnung von Zementstein-, Mörtel- und Betonprismen nach K. Newman und L. Lachance [6]

Körpermitte ein einachsiger Druckspannungszustand erreicht werden könnte.

Man muß ferner voraussetzen, daß eine gleichmäßige Querdehnung über die Höhe des Zylinders sich nur dann einstellt, wenn der Beton über die Höhe gleichmäßig beschaffen ist. Die von uns geprüften 30 cm hohen Zylinder wiesen nur eine genügend gleichmäßige Beschaffenheit über die gesamte Höhe auf, wenn sie aus der Mitte eines 60 cm hohen Zylinders gesägt wurden oder wenn bei der Herstellung 30 cm hoher Zylinder die Form mit etwa 30 cm Aufbeton zusätzlich gefüllt wurde. Bild 11 zeigt dazu die Querdehnungsverteilung eines der Zylinder aus Mörtel 0/3 mm, die in 30 cm hohen Formen ohne Aufbeton hergestellt wurden. Im oberen Teil des Zylinders konnte sich deshalb Wasser anreichern und auch die Verdichtungswirkung geringer sein.

Zur Beurteilung der Gleichmäßigkeit der Beschaffenheit der Zylinder über ihre Höhe wurden die 30 cm hohen Zylinder in fünf gleich hohe Teile zersägt. An ihnen wurde die Rohdichte bestimmt. Dabei wurde bei Betonen mit 32 bzw. 63 mm Größtkorn im oberen Teil bei den 30 cm hohen Zylindern eine um 3 % ge-

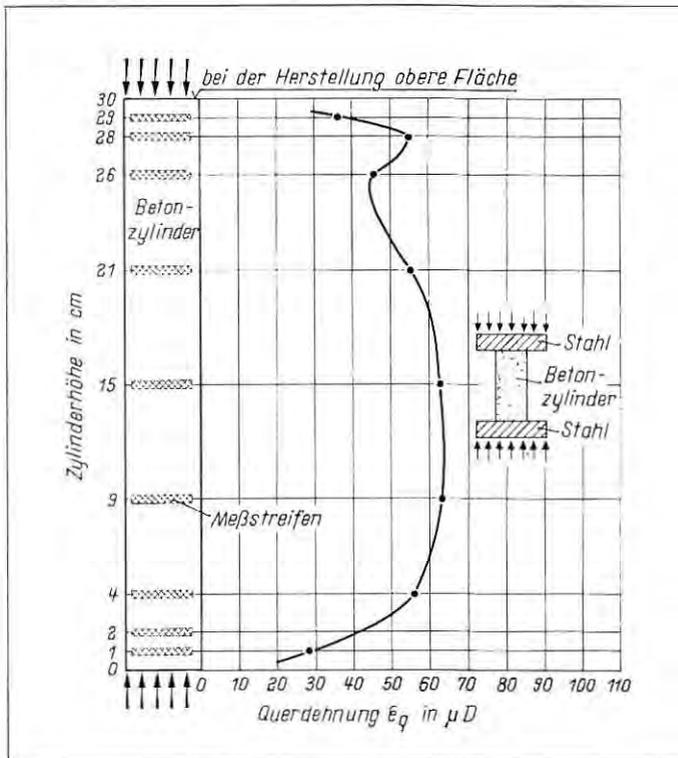


Bild 11 Gemessene Querdehnung eines ohne Aufbeton hergestellten Betonzyinders (15/30 cm) bei etwa  $\frac{1}{3}$  der Bruchlast

ringere Rohdichte festgestellt. Ferner wurde der mittlere 30 cm hohe Teil des 60 cm hohen Zylinders in fünf gleichmäßig hohe Abschnitte zersägt. Bei ihnen war die Rohdichte des obersten Abschnittes nur um etwa 1 % kleiner als die des unteren Abschnitts.

### 3. Bestimmung des Elastizitätsmoduls an Betonzylindern mit unterschiedlicher Höhe

#### 3.1 Betonzusammensetzung und Zylinder für die Prüfung

Im ganzen wurden vier verschiedene Mischungen nach Tafel 1 zur Herstellung von Zylindern mit 15 cm Durchmesser benutzt.

Tafel 1 Betonmischungen für die Herstellung von 60 cm hohen und 30 cm hohen Zylindern (Zuschlag Rheinsand und Rheinkies)

Beton	Größtkorn mm	Sieblinie (DIN 1045 neu) zwischen	Zement- gehalt kg/m <sup>3</sup>	Wasser- zement wert
I	3	(82% 0/1 mm)	400	0,55
II	16	A 16 und B 16	350	0,50
III	32	A 32 und B 32	350	0,50
IV	63	B 63 und C 63	350	0,34

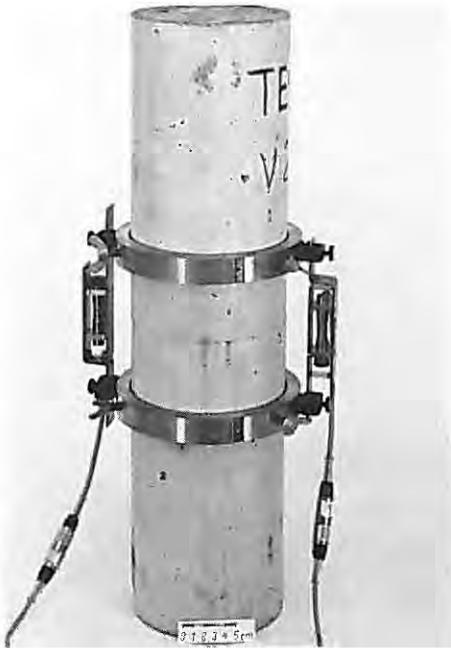
Die Betonmischungen I bis III wiesen die Konsistenz K 2, Mischung IV die Konsistenz K 1 auf; ein Entmischen oder Absondern von Wasser wurde nicht beobachtet. Die ohne Aufbeton gefüllten drei zusammengehörenden Zylinderformen wurden auf einem Rütteltisch gleichzeitig verdichtet.

Nachdem an den 60 cm hohen Zylindern der E-Modul bestimmt worden war, wurde oben und unten je ein Abschnitt von rd. 15 cm Länge abgesägt, so daß an dem 30 cm hohen mittleren Teil die Messungen wiederholt werden konnten. Dadurch ergaben sich mit den aus den 60 cm hohen Zylindern herausgesägten 30 cm hohen Zylindern für jeden Beton acht E-Modul-Werte, nämlich je drei Meßwerte für die 60-cm-Zylinder, je drei für die aus 60-cm-Zylindern herausgesägten 30-cm-Zylinder und zwei für die in 30-cm-Formen hergestellten Zylinder (der dritte Zylinder 15/30 cm wurde vor jeder Meßserie zur Bestimmung der Druckfestigkeit verwendet).

#### 3.2 Meßeinrichtung und Meßergebnisse

Nach Bild 12 bestand die Meßeinrichtung aus zwei Messingringen, die im Abstand von 15 cm mit je drei Schrauben am Betonzylinder festgeklemmt wurden. Mit zwei diametral gegenüberliegenden Induktivebern wurde der bei Be- und Entlastung sich ändernde Abstand der beiden Messingringe gemessen. Die elektrischen Spannungswerte aus den Induktivebern wurden mit Trä-

Bild 12  
Messung der Längs-  
stauchungen an einem  
Betonzylinder (15/60 cm)  
mit zwei Induktivgebern



gerfrequenzverstärkern verstärkt, in einem Analogdigitalwandler in digitale Werte umgewandelt und schließlich direkt als Dehnungswerte in Mikrodehnungen ausgedruckt.

Im Vergleich zu den Messungen mit den Induktivgebern wurden mit gleichzeitig an den Zylindern aufgeklebten, 15 cm langen Dehnungsmeßstreifen um etwa 1 bis 2 % größere Unterschiede zwischen den Einzelmeßwerten erhalten. Diese sind wohl darauf zurückzuführen, daß die Dreipunktbefestigung der Messingringe der Induktivgeber zu einer besseren Mittelung der Stauchung führt als die beiden gegenüberliegenden Dehnungsmeßstreifen. In der Tafel 2 sind die Meßergebnisse sowie die Rohdichten der Zylinder zusammengefaßt. In Spalte 2 gelten die Bezeichnungen A, B, C für die 60 cm hohen Zylinder, Aa, Bb, Cc für die aus den 60 cm hohen Zylindern herausgesägten 30 cm hohen Zylinder und a, b, c für die 30 cm hohen Zylinder. Die Rohdichte wurde nach 28 Tagen ermittelt (Lagerung nach DIN 1048).  $\Delta\sigma$  ist die Differenz der Spannungen von Ober- und Unterlast,  $\Delta\varepsilon$  die Differenz der Dehnungen bei Ober- und Unterlast, wobei über beide Meßwertgeber gemittelt wurde. Daraus wurden die E-Moduln ( $E_D$ ) der einzelnen Zylinder, der gemittelte E-Modul ( $\bar{E}_D$ ) für die zusammengehörenden Zylinder und der über alle Zylinder aus einer Mischung gemittelte E-Modul ( $\bar{E}_D^*$ ) errechnet.

### 3.3 Erörterung der Ergebnisse

Die E-Moduln für die gleichen Mischungen unterschieden sich nicht sehr stark voneinander, wenn man ihre Gesamtmittel  $\bar{E}_D^*$

Tafel 2 E-Modul-Messung nach DIN 1045, Blatt 3, an 60 cm hohen Zylindern (A, B, C), an 30 cm hohen Zylindern, die aus der Mitte von 60 cm hohen Zylindern herausgesägt wurden (Aa, Bb, Cc), und an 30 cm hohen Zylindern (a, b, c)

1	2	3	4	5	6	7	8	9
Belon	Zylinder Nr.	Höhe cm	Rohdichte g/cm <sup>3</sup>	$\Delta \sigma$ kp/cm <sup>2</sup>	$\Delta \varepsilon \cdot 10^6$	$E_D \cdot 10^{-5}$ kp/cm <sup>2</sup>	$\bar{E}_D \cdot 10^{-5}$ kp/cm <sup>2</sup>	$\bar{E}_D \cdot 10^{-5}$ kp/cm <sup>2</sup>
I (0/3 mm)	IA IB IC	60	2,13	118,7	473	2,51	2,60	2,66
			2,12	118,7	446	2,66		
			2,15	118,7	450	2,64		
	IAa IBb ICc	30	2,12	122,2	488	2,50	2,61	
			2,10	116,5	425	2,74		
			2,13	116,5	452	2,58		
	Ia Ib Ic	30	2,16	-	-	-	2,78	
			2,14	119,8	423	2,83		
			2,14	119,8	440	2,72		
II (0/16 mm)	IIA IIB IIC	60	2,36	131,2	386	3,40	3,28	3,35
			2,35	131,2	400	3,28		
			2,36	134,0	426	3,15		
	IIAa IIBb IICc	30	2,35	134,1	380	3,53	3,35	
			2,35	134,7	410	3,28		
			2,35	134,7	417	3,23		
	IIa IIb IIc	30	2,38	-	-	-	3,43	
			2,36	134,6	387	3,48		
			2,37	136,3	404	3,37		
III (0/32 mm)	IIIA IIIB IIIC	60	2,38	128,9	389	3,31	3,30	3,34
			2,38	128,9	405	3,18		
			2,37	128,9	377	3,42		
	IIIAa IIIBb IIICc	30	2,37	129,0	384	3,36	3,31	
			2,37	129,0	405	3,18		
			2,37	126,7	374	3,39		
	IIIa IIIb IIIc	30	2,39	-	-	-	3,41	
			2,38	128,9	370	3,48		
			2,38	128,4	386	3,33		
IV (0/63 mm)	IVA IVB IVC	60	2,46	171,0	480	3,56	3,52	3,49
			2,46	170,4	467	3,65		
			2,47	171,0	505	3,34		
	IVAa IVBb IVCc	30	2,45	171,0	504	3,39	3,53	
			2,46	171,0	464	3,69		
			2,46	171,6	488	3,52		
	IVa IVb IVc	30	2,46	-	-	-	3,42	
			2,46	171,5	500	3,43		
			2,47	170,4	498	3,42		

vergleicht. Die Werte lagen zwischen  $2,66 \cdot 10^5$  kp/cm<sup>2</sup> für den „Beton“ I (Mörtel 0/3 mm) und  $3,49 \cdot 10^5$  kp/cm<sup>2</sup> für den Beton IV (0/63 mm). Wenn der „Beton“ I (Mörtel) nicht berücksichtigt wird, so unterschieden sich die E-Moduln  $\bar{E}_D$  der übrigen Betone um weniger als 5 %. Gegenüber dem E-Modul  $\bar{E}_D^*$  einer bestimmten Mischung wich der E-Modul  $\bar{E}_D$  der zugehörigen drei Zylinderarten um höchstens  $\pm 3\%$  ab (bei Mischung I). (Die Druckfestigkeit im Alter von 28 Tagen, geprüft an Zylindern 15/30 cm, fand sich für „Beton“ I zu 355 kp/cm<sup>2</sup>, für Beton II zu 417 kp/cm<sup>2</sup>, für Beton III zu 390 kp/cm<sup>2</sup> und für Beton IV zu 520 kp/cm<sup>2</sup>.)

Für alle Betone wurde — wenn auch nur gering — das zur Theorie passende Ansteigen des E-Moduls mit abnehmender Zylinderhöhe festgestellt (hier für 60 cm und 30 cm hohe Zylinder), und zwar für Beton I von 2,60 auf  $2,61 \cdot 10^5$  kp/cm<sup>2</sup>, für Beton II von 3,28 auf  $3,35 \cdot 10^5$  kp/cm<sup>2</sup>, für Beton III von 3,30 auf  $3,31 \cdot 10^5$  kp/cm<sup>2</sup> und für Beton IV von 3,52 auf  $3,53 \cdot 10^5$  kp/cm<sup>2</sup>. Der Unterschied war meist kleiner als 1 % und erreichte nur für Beton II rd. 2 % (wohl aufgrund des zufällig wesentlich höheren Meßwertes an Zylinder II<sub>Aa</sub>).

Die Abweichung der E-Modul-Einzelwerte  $E_D$  einer Mischung in der Größenordnung von  $\pm 4$  bis  $\pm 6\%$  kann hier auf Rohdichteunterschiede über die Zylinderhöhe, elastisch-plastische Inhomogenitäten der Betonoberfläche und Streuungen bei der Herstellung der Zylinder zurückgeführt werden. Demgegenüber erscheint also der Einfluß der Endflächenreibung und damit der unterschiedlichen Höhen von 30 cm und 60 cm deutlich geringer.

Auch die Messungen der Querdehnung aus Abschnitt 2.2 geben eine Erklärung dazu, nach denen sich der Einfluß der Endflächenreibung nur bis zu etwa 7 bis 10 cm von den Druckflächen in den Prüfkörper hinein bemerkbar machte. Daher wurde auch bei den 30-cm-Zylindern die im mittleren Teil liegende Meßstrecke von 15 cm nur noch geringfügig von der Einspannung der Zylinderenden beeinflusst.

#### 4. Zusammenfassung

Da im Entwurf der DIN 1048, Blatt 3, aus praktischen Gründen drei unterschiedliche Prüfkörpertypen (Zylinder mit 15 cm Durchmesser und 30 cm bzw. 60 cm Höhe und Prismen 70 cm  $\times$  15 cm  $\times$  15 cm) vorgesehen sind, wurde die Abhängigkeit der E-Modul-Bestimmung von der Prüfkörpergeometrie untersucht. Die experimentellen Untersuchungen wurden an 30 cm und 60 cm hohen Zylindern mit 15 cm Durchmesser durchgeführt.

Nach theoretischen Überlegungen herrscht ein einachsiger Druckspannungszustand erst in einem Abstand von den Zylinderenden, der mindestens dem Zylinderdurchmesser entspricht. Nur in diesem Bereich könnte sich demnach der Beton innerhalb einer angebrachten Meßstrecke gleichmäßig verformen.

Bei den in dieser Untersuchung verwendeten Zylindern und bei Belastungen, die etwa einem Drittel der Bruchlast entsprachen, konnte eine deutliche Behinderung der Querdehnung der Zylinderenden nur über eine Strecke von 7 bis 10 cm Höhe festgestellt werden. Deshalb wurde auch bei den 30 cm hohen Zylindern

nur ein kleiner Bereich der an der Querdehnung behinderten Zylinderenden durch die von DIN 1048, Blatt 3, vorgeschriebenen 15 cm Meßlänge erfaßt. Dementsprechend war der Unterschied der gemessenen E-Moduln der 30 cm hohen Zylinder gegenüber denen der 60 cm hohen Zylinder mit  $\pm 1\%$  gering. Dieser Unterschied dürfte wesentlich kleiner sein als der Unterschied, der durch die Zylinderbeschaffenheit (im wesentlichen Rohdichteunterschiede), durch eine inhomogene Stoffverteilung und durch Streuungen bei der Herstellung der Zylinder entsteht. Bei der Anwendung der in DIN 1048, Blatt 3, zugelassenen verschiedenen hohen Zylinder können deshalb unter sonst gleichen Bedingungen ausreichend übereinstimmende Ergebnisse erzielt werden.

#### SCHRIFTTUM

- [1] Wesche, K., und W. Manns: Evaluation of an international inquiry to determine the modulus of elasticity of concrete under static compression. *Matériaux et Constructions / Materials and Structures* 3 (1970) Nr. 15, S. 179/196.
- [2] Müller, R. K.: Der Einfluß der Meßlänge auf die Ergebnisse bei Dehnungsmessungen an Beton. *beton* 14 (1964) H. 5, S. 205/208.
- [3] Paul, F.: Einfluß der Meßlängen von Dehnungsmeßstreifen und der Kornzusammensetzung auf die Ergebnisse von Dehnungsmessungen. *Bauplanung — Bautechnik* 22 (1968) H. 3, S. 112/114.
- [4] Timoshenko, S.: The approximate solution of two-dimensional problems in elasticity. *Philosophical Magazine and Journal of Science* 47 (1924) S. 1095/1104.
- [5] Hilsdorf, H.: Die Bestimmung der zweiachsigen Festigkeit des Betons. *Deutscher Ausschuß für Stahlbeton*, Heft 173, W. Ernst & Sohn, Berlin 1965.
- [6] Newman, K., und L. Lachance: The testing of brittle materials under uniform uniaxial compressive stress. *Proc. Amer. Soc. Test. Mat.* 64 (1964) S. 1044/1067.