

# Elastizitätsmodul von Zementstein und Beton\*)

Von Wilhelm Manns, Düsseldorf

## Übersicht

*Wirken Lasten nur kurzzeitig ein, so entspricht die Verformung von Betonen, Mörteln und Zementsteinen für viele baupraktische Zwecke ausreichend einem ideal-elastischen Verhalten, gekennzeichnet durch das Hookesche Gesetz, obwohl diese Stoffe auch unter Kurzzeitbelastung geringe bleibende Verformungen zeigen. Deshalb und wegen der daraus sich ergebenden Meßschwierigkeiten werden sehr unterschiedliche Prüfverfahren eingesetzt. In der Bundesrepublik Deutschland und in vielen anderen Ländern ist bis heute noch kein verbindliches Prüfverfahren festgelegt worden.*

*In der Literatur finden sich viele Korrelationsformeln zwischen dem E-Modul und anderen einfach bestimmbar Eigenschaften des Betons, vornehmlich der Festigkeit und der Dichte. Betrachtet man Beton als Zweistoffsystem aus Zementstein und Zuschlag, so lassen sich die elastischen Eigenschaften von Beton durch Regressionsformeln aus den Eigenschaften seiner Stoffkomponenten ableiten.*

*Für die vorliegenden Untersuchungen über den E-Modul von Zementstein, Zuschlag und Beton [1] wurde zur Ermittlung der elastischen Eigenschaften ein Belastungszeitdiagramm mit 10 Lastwechseln eingehalten. Die Verformungen wurden sowohl unmittelbar nach Erreichen der Lastwerte als auch nach augenscheinlicher Stabilisierung der Meßwerte gemessen.*

*Die Unterschiede zwischen den verschiedenen, aus den Meßwerten abgeleiteten Sekantenmoduln lagen in der Regel unter 10 % und waren meist kleiner, jedoch immer von gleicher Größenordnung wie die Maßspannen (Größtwert minus Kleinstwert) der einzelnen Moduln von verschiedenen Probekörpern eines Betons.*

*Bei wassergelagerten Zementsteinen im Alter von 28 Tagen, hergestellt mit Wasserzementwerten zwischen 0,3 und 0,8, war der E-Modul sowohl bei dynamischer Prüfung (Resonanzfrequenz- und Schalllaufzeitverfahren) als auch bei statischer Prüfung abhängig von seinem Dichtigkeitsgrad. Das Verhältnis von dynamischem zu statischem E-Modul ist nicht konstant, sondern vom Porenraum des Zementsteins abhängig.*

*Von den Modellvorstellungen, die den Regressionsformeln zugrunde liegen, lieferten bei dynamischer Prüfung mittels Resonanzfrequenz die Modelle von Maxwell, Dougill-Hirsch, Counto*

---

\*) Nach einem Vortrag auf der technisch-wissenschaftlichen Zementtagung 1969 des Vereins Deutscher Zementwerke in Wiesbaden.

und Mehmel-Kern gute Übereinstimmung mit den Versuchswerten. Bei statischer Prüfung war die Brauchbarkeit aller Regressionsformeln stark eingeschränkt.

Der E-Modul und auch die Festigkeit von Beton werden vom Kornaufbau des Zuschlags beeinflusst. Unter sonst gleichbleibenden Verhältnissen kann der E-Modul mit wachsendem Zuschlaggrößtkorn bis 10 % steigen und die Druckfestigkeit bis 20 % sinken. Die größeren Körner eines Zuschlaggesteins beeinflussen den E-Modul mehr als die kleineren. So ergaben sich bei nahezu gleicher Festigkeit der Betone und Mörtel Unterschiede im E-Modul von rd. 20 %, wenn der Zuschlag aus Gestein mit unterschiedlichem E-Modul bestand.

## 1. Allgemeines

Jeder Körper ändert unter der Einwirkung von äußeren Kräften seine Gestalt. Dieser Verformung setzen innere Kräfte Widerstand entgegen; bei der Energie-Elastizität, auch als Metall-Elastizität bezeichnet, sind dies zwischenmolekulare Kräfte. Ein Stoff wird als ideal-elastisch bezeichnet, wenn diese inneren Bindungskräfte nach Beendigung der äußeren Krafteinwirkung den ursprünglichen Formzustand des Körpers wiederherstellen (siehe Bild 1, obere Hälfte). Im Gegensatz dazu steht das Verhalten eines ideal-plastischen<sup>1)</sup> Stoffes, dessen unter Last sich einstellende Verformung nach Entfernen der Last vollkommen erhalten bleibt (siehe Bild 1, untere Hälfte). Obwohl es keine Stoffe gibt, die ideal-elastisch oder ideal-plastisch sind, wird bei der Untersuchung der Zusammenhänge zwischen Spannungen und zugehörigen Verfor-

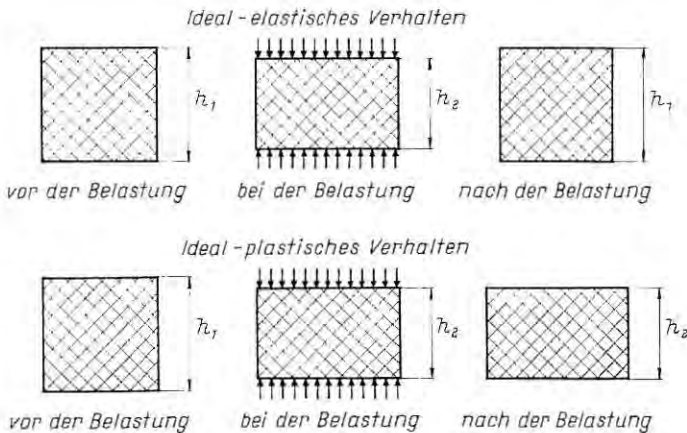


Bild 1 Ideal-elastisches und ideal-plastisches Verhalten

<sup>1)</sup> Als plastisch bezeichnet man bleibende Formänderungen von Stoffen mit Fließgrenze, die durch Spannungen oberhalb der Fließgrenze hervorgerufen werden. Solches Verhalten zeigen vorwiegend kristalline Stoffe.

mungen üblicherweise das Verhalten des Stoffes mit solchen Idealvorstellungen verbunden.

## 2. Korrelations- und Regressionsformeln

Bei der Beschreibung der mechanischen Eigenschaften fester Stoffe wird häufig vom ideal-elastischen Verhalten ausgegangen, bei dem zwischen den Normalspannungen  $\sigma$  und den zugehörigen Dehnungen  $\varepsilon$  bzw. Schubspannungen  $\tau$  und den zugehörigen Gleitungen  $\gamma$  ein linearer Zusammenhang besteht, der nach seinem Entdecker als Hookesches Gesetz bezeichnet wird. Im einfachsten Fall, dem isotropen elastischen Körper, läßt sich der elastische Zustand durch voneinander unabhängige Konstanten kennzeichnen, wie z. B. durch die Laméschen Konstanten  $K_1$  und  $K_2$  der klassischen Elastizitätstheorie oder durch den Elastizitätsmodul  $E$ , den Torsionsmodul  $G$  und die Querdehnungszahl  $\mu$  bzw. ihren Kehrwert  $m$  [2, 3 u. a.]:

$$\left. \begin{aligned} \sigma_x &= K_2 \varepsilon_x + K_1 (\varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z) \\ \sigma_y &= K_2 \varepsilon_y + K_1 (\varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z) \\ \sigma_z &= K_2 \varepsilon_z + K_1 (\varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z) \\ \tau_{xy} &= \frac{K_2}{2} \gamma_{xy} \\ \tau_{xz} &= \frac{K_2}{2} \gamma_{xz} \\ \tau_{yz} &= \frac{K_2}{2} \gamma_{yz} \end{aligned} \right\} (1)$$

$$\left. \begin{aligned} \sigma_x &= \frac{E}{(1+\mu)(1-2\mu)} [(1-\mu) \varepsilon_x + \mu (\varepsilon_y + \varepsilon_z)] \\ \sigma_y &= \frac{E}{(1+\mu)(1-2\mu)} [(1-\mu) \varepsilon_y + \mu (\varepsilon_z + \varepsilon_x)] \\ \sigma_z &= \frac{E}{(1+\mu)(1-2\mu)} [(1-\mu) \varepsilon_z + \mu (\varepsilon_x + \varepsilon_y)] \\ \tau_{xy} &= G \cdot \gamma_{xy} \\ \tau_{xz} &= G \cdot \gamma_{xz} \\ \tau_{yz} &= G \cdot \gamma_{yz} \end{aligned} \right\} (2)$$

Jede dieser Konstanten läßt sich durch zwei andere ausdrücken, so gilt auch:

$$\left. \begin{aligned} K_1 &= \frac{m \cdot E}{(m+1)(m-2)} \\ K_2 &= \frac{m \cdot E}{m+1} \end{aligned} \right\} (3)$$

Für den einachsigen Normalspannungszustand (Druck- oder Zugspannung) vereinfacht sich das Hookesche Gesetz auf die bekannte Form:

$$\left. \begin{aligned} \sigma &= E \cdot \varepsilon \\ \frac{\sigma}{\varepsilon} &= E \end{aligned} \right\} (4)$$

in dieser Form gibt der E-Modul – der Bedeutung des Wortes „Modul“ gemäß – das Verhältnis von Spannung zu zugehöriger elastischer Verformung an. Der E-Modul ist also die den Verformungswiderstand eines Stoffes kennzeichnende Eigenschaft und somit für verschiedene Fragen des Bauens eine wichtige Stoffgröße.

Bei der Bemessung von Verbundbaustoffen, bei Stabilitätsproblemen und Schwingungsberechnungen sowie Untersuchungen der Verformung – um nur einige der mit dem E-Modul verknüpften Rechenverfahren zu nennen – haben die elastischen Eigenschaften der verwendeten Stoffe große Bedeutung. Jedoch auch als reine Stoffeigenschaft ist der E-Modul mit anderen Eigenschaften, wie Widerstand gegen Frost und chemische Angriffe, Festigkeit und Dichte, in Beziehung zu bringen.

Die E-Modulwerte der Baustoffe reichen von einigen Tausend  $\text{kp/cm}^2$  bei den Kunststoffen bis zu rd. 2 Millionen  $\text{kp/cm}^2$  bei Stahl. Zwischen diesen Grenzwerten liegen die übrigen Baustoffe, wie Kupferwerkstoffe, Natursteine, Glas, Aluminium, Normalbetone, glasfaserverstärkter Kunststoff, Zementstein, Holzwerkstoffe, siehe Bild 2. In der dargestellten Reihe finden sich 2 künstliche Verbundbaustoffe: glasfaserverstärkter Kunststoff (Kunststoff und Glasfasern) und Beton (Zementstein und Zuschlag). Der E-Modul dieser Verbundbaustoffe liegt jeweils zwischen den E-Moduln der Ausgangsstoffe.

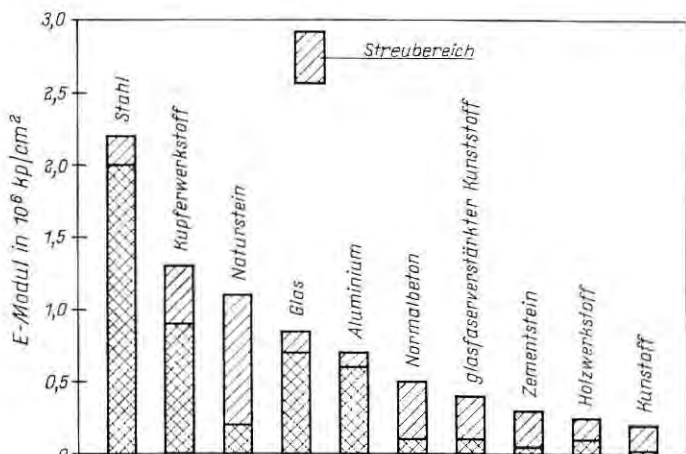


Bild 2 Elastizitätsmodul verschiedener Baustoffe

Beim rein elastischen Verhalten sind die elastischen Kennwerte feste Größen, jedoch bedingt bei vielen Stoffen die innere Reibung bei mechanisch reversiblen oder viskosen<sup>2)</sup> Vorgängen eine Abhängigkeit dieser Kenngrößen von der Beanspruchungszeit.

Für die Beschreibung der viskosen Eigenschaften wird häufig das Newtonsche oder Bingham'sche Fließen benutzt, bei dem der Zusammenhang zwischen den Schubspannungen  $\tau$  und den entsprechenden Verformungsgeschwindigkeiten (Schergeschwindigkeiten)  $\dot{\gamma}$  durch das Newtonsche oder Bingham'sche Fließgesetz gegeben ist [4 u. a.):

$$\left. \begin{aligned} \tau &= \eta \cdot \dot{\gamma} \\ \tau - \tau_0 &= \eta \cdot \dot{\gamma} \end{aligned} \right\} (5)$$

Hierbei ist die Stoffkonstante  $\eta$  die Maßzahl für die Viskosität.

Das Verhalten von Stoffen, die neben elastischen auch viskose Eigenschaften besitzen, wird als viskoelastisch bezeichnet.

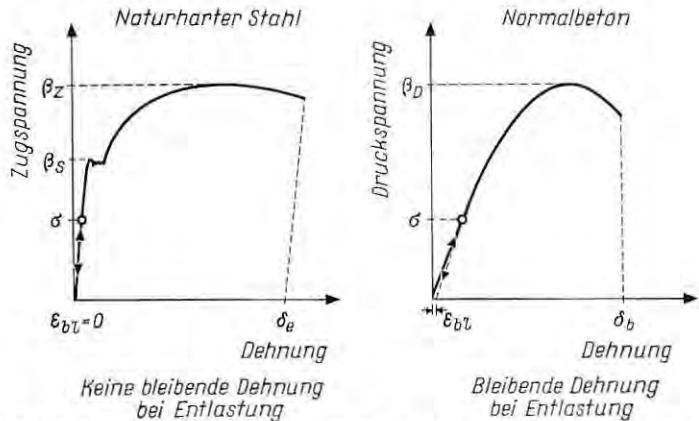


Bild 3 Spannungsdehnungslinien von Stahl bei Zugbeanspruchung und von Beton bei Druckbeanspruchung

Im Bereich der Gebrauchsspannungen verhalten sich Stahl und Beton sehr unterschiedlich. Vergleicht man diese beiden wichtigsten Baustoffe des konstruktiven Ingenieurbauwes miteinander, so stellt man nicht nur im Erscheinungsbild der Spannungsdehnungslinien große Unterschiede fest, sondern auch im Verhalten beider Stoffe beim Spannungsdehnungsversuch, siehe Bild 3.

<sup>2)</sup> Als viskos bezeichnet man bleibende Formänderungen von Stoffen ohne Fließgrenze, die durch Spannungen hervorgerufen werden. Solches Verhalten zeigen vorwiegend amorphe Stoffe.

Während Stahl unterhalb der technischen Elastizitätsgrenze nach einer Belastung keine meßbare bleibende Verformung zeigt, sich also elastisch verhält, bleibt beim Beton auch schon bei geringen Spannungen nach einer Belastung eine bleibende Verformung zurück, d. h. Beton verhält sich auch im Bereich der Gebrauchsspannungen nicht rein elastisch. Die bleibenden Formänderungen von Beton im Gebrauchszustand werden überwiegend den viskosen Eigenschaften des Zementsteins zugeordnet, so daß das Verformungsverhalten von Beton heute meist als viskoelastisch bezeichnet wird.

Aus dieser Tatsache ist ersichtlich, daß für die Bestimmung des E-Moduls von Beton keine einfachen Verhältnisse vorliegen; sie sind in der Versuchstechnik und auch bei der Definition zu beachten. In Deutschland, wie auch in vielen anderen Ländern, gibt es zur Zeit noch kein genormtes Verfahren für die Bestimmung des E-Moduls [5]. Erst in die Neufassung der Betonprüfnorm DIN 1048 wird ein Bestimmungsverfahren aufgenommen.

Trotz der aus dem viskoelastischen Verhalten von Beton und Mörtel folgenden Schwierigkeit, elastische Formänderungen zu bestimmen, hat man wegen der großen Bedeutung der elastischen Konstanten für verschiedene Fragen des konstruktiven Ingenieurbauwes aus statischen und auch dynamischen Untersuchungen Kenngrößen für das elastische Verhalten dieses Stoffes ermittelt. Obwohl diese Kenngrößen, durch Definition und Prüfverfahren bedingt, unterschiedliche Zahlenwerte für ein und denselben Beton annehmen können, werden sie alle in der Betontechnologie gleichermaßen mit E-Modul bezeichnet.

Wegen der Meßschwierigkeit und des im allgemeinen relativ großen Prüfaufwandes finden sich in der Literatur viele Korrelationsformeln<sup>3)</sup> zwischen dem E-Modul und anderen, einfach bestimm- baren Eigenschaften des Betons, vornehmlich der Festigkeit  $\beta$  und der Dichte  $\rho$ :

$$E = f(\beta) \quad ; \quad E = f(\beta, \rho) \quad (6)$$

Die am meisten benutzten Formeln haben den allgemeinen Ansatz:

$$E = C \cdot \beta^n \quad ; \quad E = C_1 \cdot \rho^{n_1} \cdot \beta^{n_2} \quad (7)$$

In den CEB/FIP-Richtlinien [6] wird für schnell aufgebrachte Last bis zur Prüfspannung von rd. 0,35  $\beta$ , umgerechnet auf Probewürfel von 20 cm Kantenlänge,  $n = 0,5$  und  $C = 19\,000$  angegeben:

$$E = 19\,000 \sqrt{\beta_w} \quad (8)$$

<sup>3)</sup> Korrelation im eingeeengten Sinne ist die Verknüpfung mehrerer Zufallsgrößen untereinander, die ihrerseits durch gemeinsame Variablen beeinflussbar sein können.

Walz und Wischers [7] setzen nach der Formel von Pauw [8] für würfelförmige Prüfkörper bis zu einer Prüfspannung von 0,4  $\beta$   $C_1 = 4000$ ,  $n_1 = 1,5$  und  $n_2 = 0,5$ :

$$E = 4000 \cdot \rho^{1,5} \cdot \beta^{0,5} \quad (9)$$

Weitere Korrelationsformeln sind von Bonzel [9] und Sell [10] aufgeführt worden. Diese Korrelationsformeln liefern zum Teil sehr unterschiedliche Ergebnisse, die Gründe hierfür hat Sell untersucht. Des weiteren weichen die Ergebnisse oft sehr weit von wirklich gemessenen Werten ab, der Grund hierfür ist darin zu suchen, daß E-Modul, Festigkeit und Dichte, die korrelierende Größen sind, nicht von allen Einflußgrößen in gleicher Art beeinflußt werden.

In neuerer Zeit werden Betone und Mörtel oft als Zweistoffsysteme aus Zementstein und Zuschlag betrachtet, deren Eigenschaften sich durch Regressionsformeln<sup>4)</sup> von den Eigenschaften der Komponenten ableiten lassen. Die Gesetzmäßigkeiten dieses Zusammenwirkens sind in den letzten Jahren — hauptsächlich in den angelsächsischen Ländern — Gegenstand der Betonforschung geworden [11 bis 22 u. a.].

### 3. Versuche

Die nachfolgend beschriebenen Versuche sollen einen Beitrag liefern zur Erforschung der elastischen Eigenschaften von Zementstein und Zuschlag sowie des Zusammenwirkens dieser beiden Stoffe beim E-Modul von Beton [1].

#### 3.1 Versuchsprogramm

Um den Versuchsaufwand zu begrenzen und dennoch ein breites Band wichtiger Einflüsse untersuchen zu können, wurden alle Einflußgrößen konstant gehalten, die zwar auf das elastische Verhalten zum Teil einen wesentlichen Einfluß ausüben können, aber für das Verständnis des elastischen Verhaltens des Zweistoffsystems Beton nur unbedeutend sind, wie z. B. Probenform, Herstellung und Lagerung, Prüfalter sowie Belastungsgeschwindigkeit und Lasthöhe beim statischen E-Modulversuch.

Veränderlich gehalten wurden folgende Einflußgrößen: das anteilige Zuschlagvolumen bzw. das anteilige Zementsteinvolumen, die elastischen Eigenschaften des Zementsteins durch Veränderung der Festigkeitsklasse des Zements sowie des Wasserzementwertes und die elastischen Eigenschaften des Zuschlags durch Verwendung unterschiedlicher Naturgesteine. Festgestellt wurden in erster Linie die elastischen Eigenschaften bei statischer und dynamischer Prüfung. Da eine vollständige Kombination aller Ein-

<sup>4)</sup> Regression im engeengten Sinne ist die Abhängigkeit einer Zufallsgröße von einer oder mehreren genau bekannten Variablen, deren Größen gesteuert werden können.

flußgrößen zu einem undurchführbar großen Versuchsumfang geführt hätte, wurden bei einzelnen Versuchsreihen einige dieser Einflußgrößen konstant gehalten. In die Versuche wurden drei Zuschlagarten, 16 unterschiedliche Zementsteine und 77 unterschiedliche Beton- und Mörtelzusammensetzungen einbezogen. Auf die Eigenschaften der Ausgangsstoffe wird hier nicht weiter eingegangen [1]. Für diese Untersuchungen sind die Zuschläge als Basalt, Granit und Sandstein und die Zemente aus einem Herstellwerk mit den Festigkeitsklassen PZ 275, PZ 375 und PZ 475 in ihren Eigenschaften ausreichend gekennzeichnet.

### 3.2 Versuchsdurchführung

Die Zahl der Probekörper, ausschließlich Zylinder von 5 cm Durchmesser und 20 cm Höhe, wurde mit 6 bis 12 so groß gewählt, daß eine verläßliche Beurteilung der Eigenschaften gewährleistet war. Dies wurde durch Berechnung von Vertrauensbereichen geprüft. Die Zementstein-, Mörtel- und Betonkörper wurden in sich drehenden Kunststoffformen hergestellt [23].

Dieses Herstellverfahren gestattet es, Zusammensetzungen in das Untersuchungsprogramm mit einzubeziehen, die sich normalerweise entmischen. Zementsteinkörper konnten so bis zu einem Wasserzementwert von 0,7 bei grob gemahlenem und 0,8 bei fein gemahlenem Zement hergestellt werden. Alle Proben wurden bis zur Prüfung im Alter von 28 Tagen in Wasser gelagert. Druckfestigkeit, Schalllaufzeit und Resonanzfrequenz der Proben wurden in üblicher Weise bestimmt. Bei der Druckfestigkeitsprüfung war die Spannungszunahme so gewählt, daß der Bruch nach rd. 1,5 min eintrat.

Die Meßanordnung für die Kurzzeitverformungen – in Bild 4 als Blockschaltbild dargestellt – besteht aus den Aufnahmegegeräten für Verformung und Last, den elektrischen Wandlern und den Registriereinrichtungen.

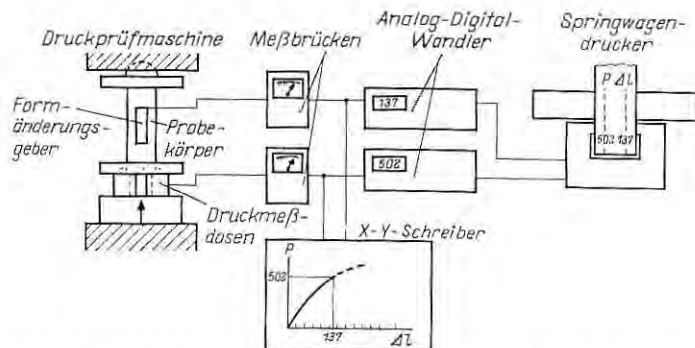


Bild 4 Blockschaltbild der Meßanordnung zur Bestimmung des statischen E-Moduls bei Druckbeanspruchung



Die Längenänderungen wurden mit zwei parallel geschalteten Gestellinduktivgebern festgestellt, die über einen Metallring mit drei Schrauben am Prüfkörper befestigt waren. Die den gemessenen Verformungen zugehörigen Lasten wurden mit drei parallel geschalteten Druckmeßdosen gemessen (Bild 5). Die Meßanordnung gestattete die analoge Aufnahme der Meßwerte mit einem XY-Schreiber und die digitale Aufnahme der Meßwerte mit einem Drucker.

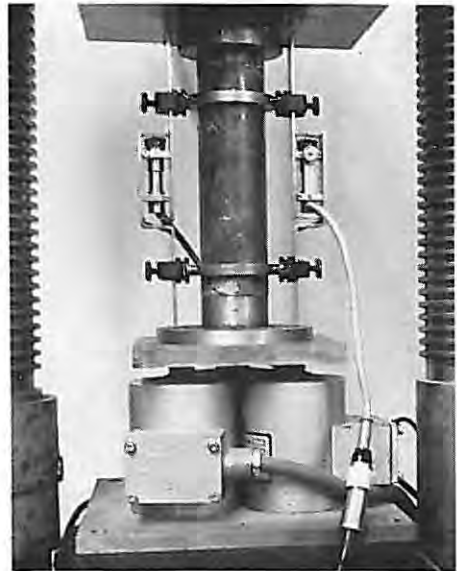


Bild 5 Prüfkörper bei der Bestimmung des statischen E-Moduls mit Last- und Formänderungsaufnehmern

Alle Zylinder wurden nach einem gleichen Belastungszeitdiagramm belastet, siehe Bild 6. Die Belastungsgeschwindigkeit wurde so gewählt, daß die Zeit bis zum Erreichen der Prüfspannung unabhängig von der Festigkeit für alle Prüfkörper gleich war. Sie betrug rd. 30 s. Das bedeutete für eine Prüfspannung von rd. einem Drittel der Festigkeit, daß die Belastungsgeschwindigkeit für die Bestimmung des statischen E-Moduls und der Druckfestigkeit gleich war. Da beide Eigenschaften zeitabhängig sind, ist es wichtig, sie mit gleicher Belastungsgeschwindigkeit zu ermitteln, um zusammengehörende Werte zu erhalten. Es wurden insgesamt 10 Lastwechsel durchgeführt, um das elastische Verhalten des ersten und zweiten Lastwechsels demjenigen des sogenannten Beharrungszustandes, bei dem zwischen den Verformungen zweier aufeinander folgender Lastwechsel keine nennenswerten Unterschiede auftreten, gegenüberstellen zu können. Der Eintritt des sog. Beharrungszustandes ist z. B. vom Prüfalter und von der Zusammensetzung der Probekörper sowie auch von der Art des Meßverfahrens abhängig.

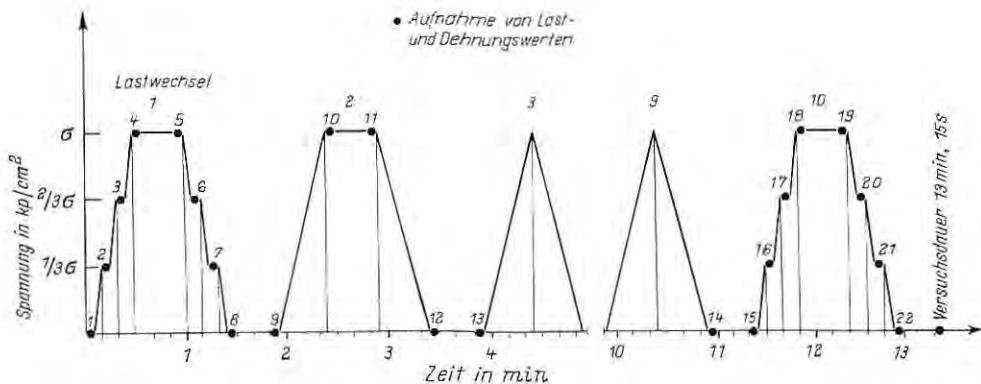


Bild 6 Belastungszeitdiagramm für die Aufnahme von Kurzzeitverformungen zur Bestimmung des statischen E-Moduls

Mit elektrischen und optischen Meßgeräten läßt sich in der Regel die Verformung genauer erfassen als mit mechanischen Meßgeräten, so daß auch die Verformungsunterschiede zweier aufeinander folgender Lastwechsel genauer erfaßt und somit auch länger verfolgt werden können. Aufgrund zahlreicher Messungen hat es sich als praktikabel erwiesen, den sogenannten Beharrungszustand durch den 10. Lastwechsel annähernd zu erfassen. Weiterhin wurde bei den einzelnen Lastwechseln die Geschwindigkeit der Be- und Entlastung gleichgehalten, damit die verzögerte elastische Verformung aus der Belastung bei der Entlastung wieder um den nahezu gleichen Betrag abklingen konnte. Die Verformungen bei der Prüfspannung und bei der Entlastung wurden unmittelbar nach Erreichen des Lastwertes und auch nach 30 s, nach augenscheinlicher Stabilisierung der Meßwerte, aufgezeichnet.

Die mit dem Belastungszeitdiagramm gemessenen Lastverformungswerte gestatteten die Berechnung von Sekantenmoduln des ersten, zweiten und zehnten Lastwechsels sowohl bei der Be- als auch bei der Entlastung. Die Unterschiede zwischen den einzelnen Sekantenmoduln lagen in der Regel unter 10 %. Beim Vergleich der Unterschiede zwischen größtem und kleinstem auftretenden Wert der verschiedenen Sekantenmoduln und der Maßspannen (Größtwert minus Kleinstwert) der einzelnen Moduln stellt man fest, daß beide von gleicher Größenordnung sind. Obwohl also die Zahlenwerte der einzelnen Moduln der Erwartung gemäß voneinander abweichen, sind diese Unterschiede bei gleicher Spannungshöhe und bei gleichem Belastungszeitdiagramm im Vergleich zur Herstellstreuung nicht bedeutungsvoll. Aus diesem Grunde wird für die weiteren Betrachtungen lediglich der Sekantenmodul der ersten Belastung herangezogen.

Wegen der Fülle des Zahlenmaterials – je Körper der insgesamt 1000 Proben fielen rd. 100 Meßwerte an – wurde zur Auswertung ein Computer benutzt.

#### 4. Elastische Eigenschaften von Zementstein und Zuschlag

Der dynamische E-Modul des wassergesättigten Zementsteins ( $w = 0,30$  bis  $0,80$ ) bei Prüfung mittels Schallaufzeit reicht von  $107\ 000\text{ kp/cm}^2$  bis  $375\ 000\text{ kp/cm}^2$ , bei Prüfung mittels Resonanzfrequenz von  $74\ 000\text{ kp/cm}^2$  bis  $296\ 000\text{ kp/cm}^2$  (Bild 7). Statisch wurden nur Zementsteinkörper mit denjenigen Wasserzementwerten ( $w = 0,40$  bis  $0,70$ ) untersucht, die auch bei der Herstellung von Beton- und Mörtelproben verwendet wurden, für den statischen E-Modul ergaben sich Werte von  $54\ 000\text{ kp/cm}^2$  bis  $184\ 000\text{ kp/cm}^2$ . Bild 7 mit der Auftragung der E-Modulwerte über dem Wasserzementwert zeigt deutliche Unterschiede hinsichtlich der verwendeten Zemente PZ 275, PZ 375 und PZ 475, die sich chemisch und mineralogisch nur wenig, in der Mahlfineinheit jedoch beträchtlich und damit auch in der Festigkeitsentwicklung unterschieden. Die Betrachtung der elastischen Eigenschaften in Abhängigkeit vom Dichtungsgrad des Zementsteins (Zementsteindichtigkeit) in Bild 8 zeigt keine Unterschiede mehr hinsichtlich

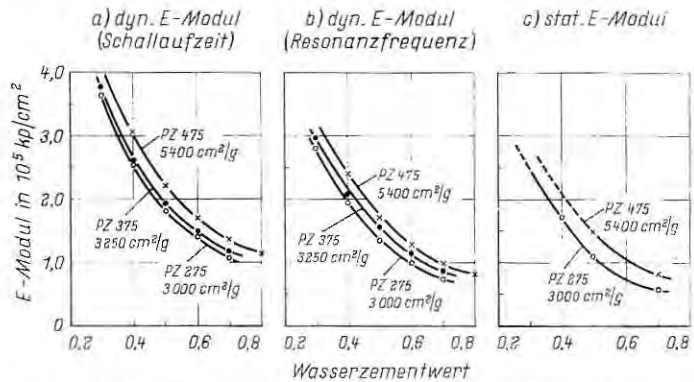


Bild 7 E-Modulwerte von wassersatten, 28 Tage alten Zementsteinen bei statischer und dynamischer Prüfung in Abhängigkeit vom Wasserzementwert

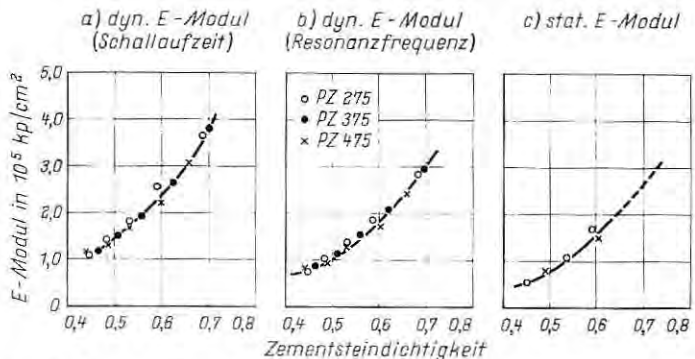


Bild 8 E-Modulwerte von wassersatten, 28 Tage alten Zementsteinen bei statischer und dynamischer Prüfung in Abhängigkeit von der Zementsteindichtigkeit

der verwendeten Zemente, weil hier die unterschiedliche Festigkeitsentwicklung der einzelnen Zemente über das chemisch gebundenen Wasser berücksichtigt wurde. (Die Zementsteindichtigkeit wurde als Quotient vom Stoffraum des Zements und des chemisch gebundenen Wassers unter Berücksichtigung des Schrumpfung zum Gesamtvolumen des Zementsteins berechnet.)

Da andere Untersuchungen [24, 25, 26] keinen nennenswerten Einfluß der Zementart gezeigt haben, scheinen die elastischen Eigenschaften von Zementstein im wesentlichen nur von der Zementsteindichtigkeit abzuhängen. Zur Festlegung des funktionellen Zusammenhangs dieser Abhängigkeit wurden mittels Computer Regressionsrechnungen mit asymptotischem, quadratischem und linearem Ansatz durchgeführt. Die ermittelten Regressionsgleichungen wurden mit dem Bestimmtheitsmaß, der Verteilung der Reststreuung und der Extrapolation von Grenzwerten beurteilt, der asymptotische Ansatz erwies sich dabei als günstiger.

Aus dieser Beziehung kann der E-Modul von Zementstein mit einem Wasserzementwert von rd. 0,40, der aus nicht mit größeren Poren (Kapillarporen) durchsetzten Hydratphasen besteht, abgeschätzt werden. Für den wassergesättigten „kapillarporenfreien Zementstein“, der nach den Überlegungen von Powers [27] rd. 30 Vol.-% kleinster Hohlräume (Gelporen) enthält, ergab sich der dynamische E-Modul, bestimmt mittels Schalllaufzeit, zu 400 000 kp/cm<sup>2</sup>, bestimmt mittels Resonanzfrequenz, zu 320 000 kp/cm<sup>2</sup> und der statische E-Modul zu 290 000 kp/cm<sup>2</sup>.

Es hat sich bei vielen Messungen bestätigt, daß bei Beton der dynamisch gemessene E-Modul stets größer als der statisch gemessene ist. Dieser Sachverhalt bestätigte sich auch beim Zementstein, darüber hinaus wurde festgestellt, daß das Verhältnis nicht konstant ist, sondern mit dem Porenraum des Zementsteins (Gel- und Kapillarporen) wächst, siehe Bild 9. Das Anwachsen dieses Verhältnisses mit größer werdendem Porenraum kann mit der gegenüber der statischen Prüfung kürzeren Beanspru-

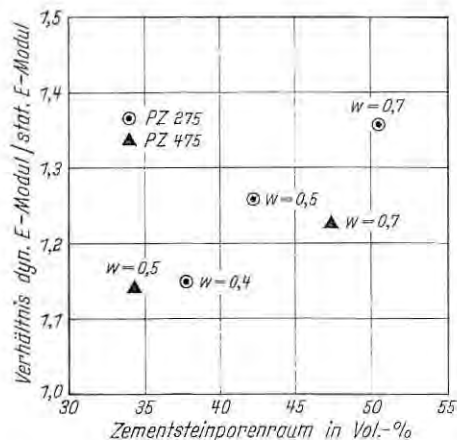


Bild 9 Verhältnis von dynamischem E-Modul bei Resonanzfrequenzmessung zu statischem E-Modul von Zementstein in Abhängigkeit vom Zementsteinporenraum (Gel- und Kapillarporen)

chungszeit bei der dynamischen Prüfung und dem Verhalten des Porenwassers gegenüber den verschiedenen einwirkenden Beanspruchungen erklärt werden. Der Porenraum und der Wassersättigungsgrad des Porensystems beeinflussen somit das Verhältnis zwischen dynamischem und statischem E-Modul sehr stark.

Die Prüfung des Gesteins mittels Resonanzfrequenz ergab für den E-Modul bei Sandstein 120 000 kp/cm<sup>2</sup>, bei Granit 650 000 kp/cm<sup>2</sup> und bei Basalt 1 080 000 kp/cm<sup>2</sup>, die entsprechenden Werte für statische Prüfungen lagen bei rd. 1/3 der Druckfestigkeit bei 100 000 kp/cm<sup>2</sup>, 470 000 kp/cm<sup>2</sup> und 1 070 000 kp/cm<sup>2</sup>.

Die E-Moduln der Zuschläge verhielten sich sowohl bei dynamischer als auch bei statischer Prüfung in der Reihenfolge Sandstein, Granit und Basalt ungefähr wie 1 : 5 : 10, so daß sich bei den Betonen und Mörteln ein Verhältnis der E-Moduln Zuschlag zu Zementstein im Bereich von 0,5 bis 20 untersuchen ließ.

## 5. Elastische Eigenschaften von Beton

Betrachtet man die E-Modulwerte in Abhängigkeit von Zementsteinvolumen  $V_{11}$  und Zuschlagvolumen  $V_k$  sowie Wasserzementwert und Zuschlagart, so liegen diese Werte sowohl für den dynamischen E-Modul, in Bild 10 dargestellt für die Prüfung mittels Resonanzfrequenz, als auch für den statischen E-Modul, siehe Bild 11, auf stetig verlaufenden Kurven, die als Grenzwerte links den E-Modul des betreffenden Zementsteins und rechts den E-Modul des betreffenden Zuschlags besitzen. Bemerkenswert ist, daß bei hohem Zuschlagelastizitätsmodul die E-Moduln von Beton im Gegensatz zur Druckfestigkeit im allgemeinen schon bei geringem Zuschlaggehalt ansteigen. Die Kraftumlagerung vom Zementstein zum Zuschlag bewirkt bei den niedrigen Beanspruchun-

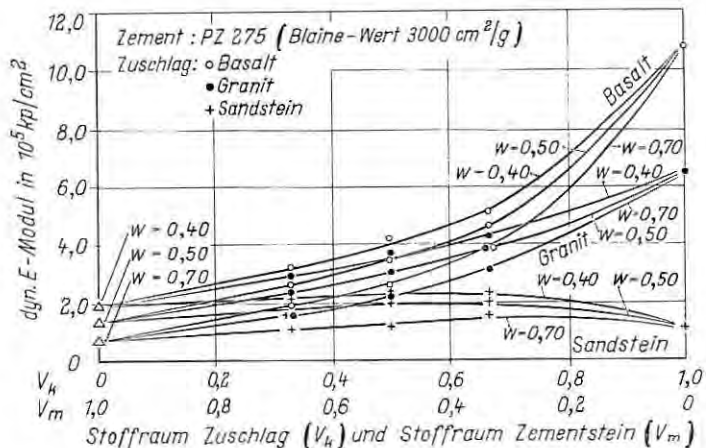


Bild 10 Dynamischer E-Modul in Abhängigkeit von Wasserzementwert, Zuschlagart und anteiligem Zuschlagvolumen

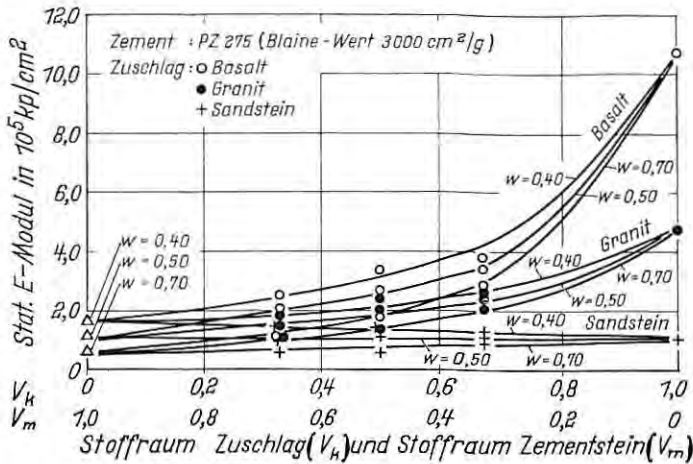


Bild 11 Statischer E-Modul in Abhängigkeit von Wasserzementwert, Zuschlagart und anteiligem Zuschlagvolumen

gen der E-Modulprüfung auch schon bei niedrigem Zuschlaggehalt eine Versteifung des Systems. Bei der Druckfestigkeitsprüfung jedoch führen die Unstetigkeiten des Kraftflusses zur früheren Brucheinleitung. Ein Vergleich der beobachteten E-Modulwerte der Betone und Mörtel mit denen des Zementsteins und des Zuschlags sowohl beim statischen als auch beim dynamischen E-Modul zeigt, daß gleiche E-Modulwerte der Ausgangsstoffe bei dynamischer Prüfung einen höheren E-Modul erwarten lassen als bei statischer Prüfung.

Sind die E-Moduln der Ausgangsstoffe Zementstein und Zuschlag und des daraus hergestellten Betons bekannt, so ist es möglich, die Formeln aufzustellen, nach denen sich der E-Modul des Zweiphasenstoffs Beton aus den E-Moduln der Matrix, also des Zementsteins  $E_m$ , und der Partikel, also den Zuschlägen  $E_k$ , errechnet. In der Literatur wurden hierzu von Dantu [15] und Hansen [20] zuerst die beiden Modelle der horizontal und senkrecht geschichteten Phasen angegeben, siehe Bild 12.

Bei der Ableitung der Gleichung des E-Moduls für die Modellvorstellung der parallel geschalteten Phasen geht man von der Annahme der gleichen Dehnung beider Phasen aus. Bei der Ableitung der Gleichung des E-Moduls für die hintereinander geschalteten Phasen geht man von der Annahme gleicher Spannungen aus. Vergleicht man die aufgrund dieser einfachen Modellvorstellungen berechneten Werte mit den tatsächlich vorhandenen E-Modulwerten, so stellt man fest, daß sie zwischen diesen beiden liegen. So werden heute allgemein die Modelle des hintereinandergeschalteten und des parallelen Zweiphasenstoffs als Grenzwerte für die wirklichen E-Modulwerte angesehen, und zwar die in Bild 12 links angeführte Formel als obere Grenze für die elastischen Konstanten eines heterogenen Materials und die rechte Formel als untere Grenze.



Modell der parallel geschichteten Phasen (vertikale Schichtung)

Modell der hintereinander geschichteten Phasen (horizontale Schichtung)

$$E = E_m (1 - V_k) + E_k V_k$$

$$E = \frac{1}{\frac{V_k}{E_k} + \frac{1 - V_k}{E_m}}$$

Bild 12 Grundmodelle für den E-Modul des Zweistoffsystems bei vertikaler und horizontaler Schichtung

Eine bessere und praktisch brauchbarere Übereinstimmung zwischen gemessenen und vorhergesagten Werten erhält man, wenn man als Modell, siehe Bild 13, einen aus Zementstein bestehenden Würfel der Kantenlänge 1 voraussetzt, in den ein aus Zuschlag bestehendes, quadratisches Prisma der Schlankheit  $\lambda$  (Verhältnis der Höhe  $h$  zur Grundfläche  $b$ ) eingebettet ist. Für dieses allgemeine Modell läßt sich sowohl für horizontale Schichtung (Bild 13) als auch für vertikale Schichtung (Bild 14) der E-Modul ableiten [1]. Leider führen diese und ähnliche Modellvorstellungen — wie diejenigen von Counto [13], Dougill [14], Hirsch [16], Hansen [18], Hashin [19], Illston [21], Mehmel und Kern [22] — zu recht komplizierten und leider damit unhandlichen Formeln, siehe Tafel 1.

Eine angemessene Beurteilung der Brauchbarkeit der Modelle erhält man, wenn man die prozentualen Abweichungen der vorhergesagten von den beobachteten Werten in vier Klassen —  $\leq 5\%$ ,  $> 5\%$  bis  $\leq 10\%$ ,  $> 10\%$  bis  $\leq 15\%$  und  $> 15\%$  — einteilt und Abweichungen kleiner 15% noch als befriedigende Wiedergabe der Versuchswerte durch die Modellvorstellungen betrachtet. Für den dynamischen E-Modul nach der Resonanzfrequenzmethode (Bild 15) lieferten die Modellvorstellungen von Maxwell, Dougill-Hirsch, Counto und Mehmel-Kern die geringsten Abweichungen; die in Anlehnung an die Regressionsrechnung ermittelten Bestimmtheitsmaße ergaben für die genannten Modellvorstellungen Werte über 90%. Für den statischen E-Modul (Bild 16) war mit den Modellvorstellungen eine stark eingeschränkte Vorhersagegenauigkeit verbunden; es ließen sich im günstigsten Fall nur rd. 85% der auftretenden Streuungen durch die Modellvorstellung von Hashin und Hansen erklären. Die Vorhersagegenauigkeit des allgemeinen Modells (Bild 13) ließ sich durch Benutzung einer Regression für die Modellkonstante  $\lambda$  auf ein Bestimmtheitsmaß größer 90% erhöhen. Nach mehreren Regressionsanalysen erwies sich ein Ansatz, der das Zementsteinvolumen, das Zuschlaggrößtkorn und das E-Modulverhältnis Zuschlag zu Zementstein enthielt, als sinnvoll.

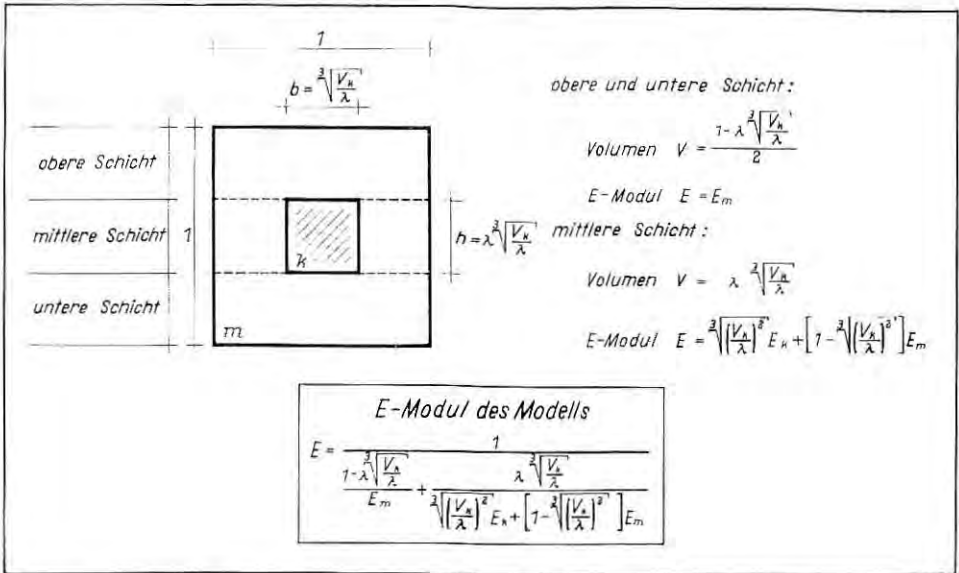


Bild 13 Allgemeines Modell für den E-Modul des Zweistoffsystems bei horizontaler Schichtung

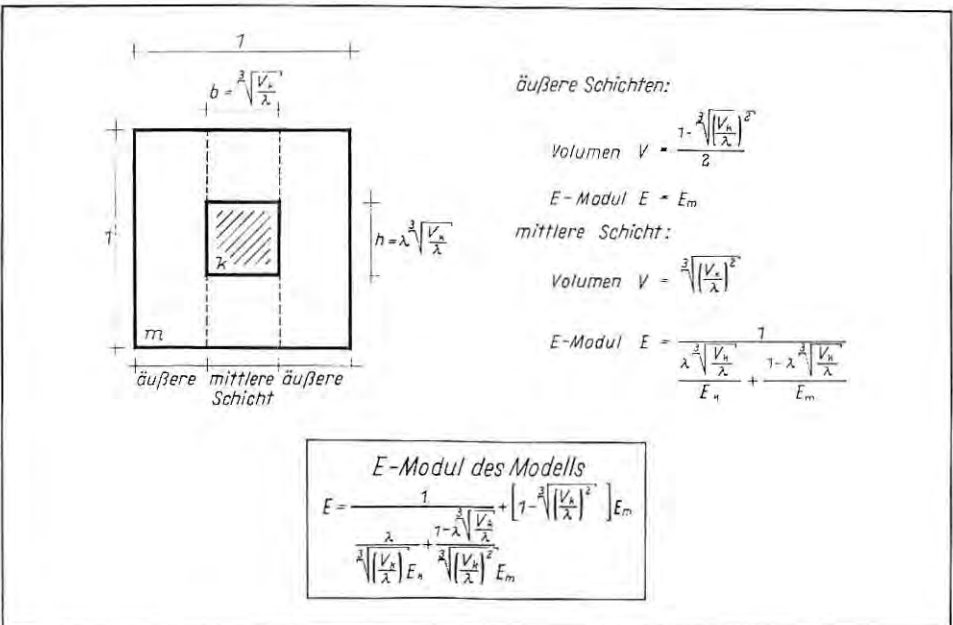


Bild 14 Allgemeines Modell für den E-Modul des Zweistoffsystems bei vertikaler Schichtung



Tafel 1 Zusammenstellung der wichtigsten Formeln von Modellen für den E-Modul eines Zweistoffsystems

Formel	Bezeichnung im Text	Schrifttum
$E = V_k \cdot E_k + (1 - V_k) \cdot E_m$	Danlu-Hansen I	[15, 20]
$E = \frac{1}{\frac{1 - V_k}{E_m} + \frac{V_k}{E_k}}$	Danlu-Hansen II	[15, 20]
$E = \frac{1}{\frac{1 - \lambda \sqrt[3]{\frac{V_k}{\lambda}}}{E_m} + \frac{\lambda \sqrt[3]{\frac{V_k}{\lambda}}}{\sqrt[3]{\left(\frac{V_k}{\lambda}\right)^2 E_k + \left[1 - \sqrt[3]{\left(\frac{V_k}{\lambda}\right)^2}\right] E_m}}}$	allgemein horizontal geschichtetes Modell	[1]
$E = \frac{1}{\frac{\lambda}{\sqrt[3]{\frac{V_k}{\lambda} E_k} + \sqrt[3]{\left(\frac{V_k}{\lambda}\right)^2 E_m}} + \left[1 - \sqrt[3]{\left(\frac{V_k}{\lambda}\right)^2}\right] E_m}$	allgemein vertikal geschichtetes Modell	[1]
$E = \frac{1}{\frac{1 - \sqrt[3]{V_k}}{E_m} + \frac{\sqrt[3]{V_k}}{E_k \sqrt[3]{V_k} + (1 - \sqrt[3]{V_k}) E_m}}$	Illston	[21]
$E = \frac{1}{\frac{1}{\sqrt[3]{V_k} E_k} + \frac{1 - \sqrt[3]{V_k}}{\sqrt[3]{V_k} E_m}} + (1 - \sqrt[3]{V_k}) E_m$	Mehmel-Kern	[22]
$E = \frac{1}{\frac{E_m}{1 - \sqrt{V_k}} + \frac{\sqrt{V_k}}{\sqrt{V_k} E_k + (1 - \sqrt{V_k}) E_m}}$	Counto	[13]
$E = \frac{1}{\frac{0,5}{V_k E_k + (1 - V_k) E_m} + 0,5 \left( \frac{V_k}{E_k} + \frac{1 - V_k}{E_m} \right)}$	Dougill-Hirsch	[14, 16]
$E = \frac{(1 - V_k) E_m + (1 + V_k) E_k}{(1 + V_k) E_m + (1 - V_k) E_k} E_m$	Hashin-Hansen	[18, 19]
$E = \frac{2 E_m + E_k - 2 V_k (E_m - E_k)}{2 E_m + E_k + V_k (E_m - E_k)} E_m$	Maxwell	[17]

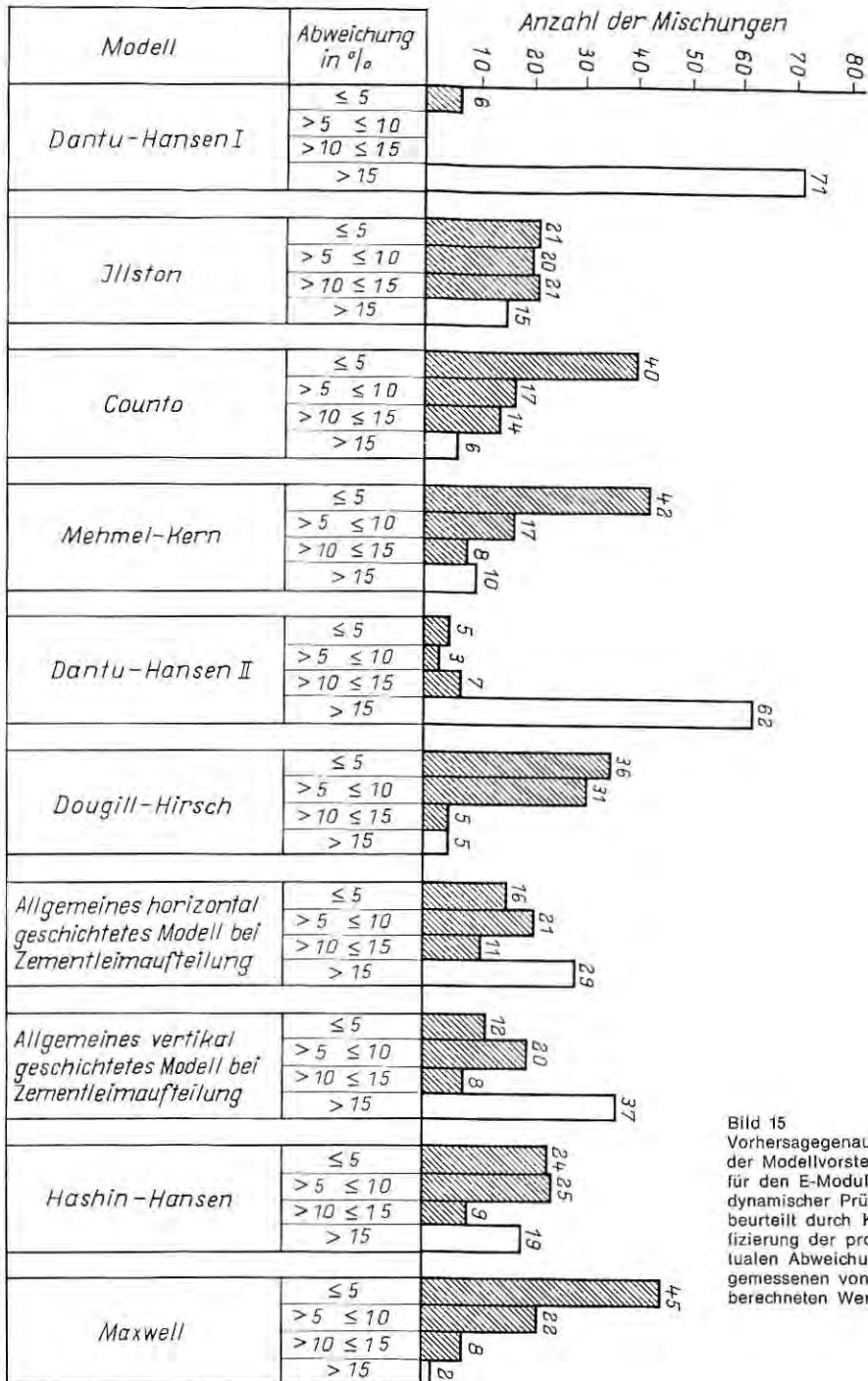


Bild 15  
Vorhersagegenauigkeit der Modellvorstellungen für den E-Modul bei dynamischer Prüfung, beurteilt durch Klassifizierung der prozentualen Abweichung der gemessenen von den berechneten Werten

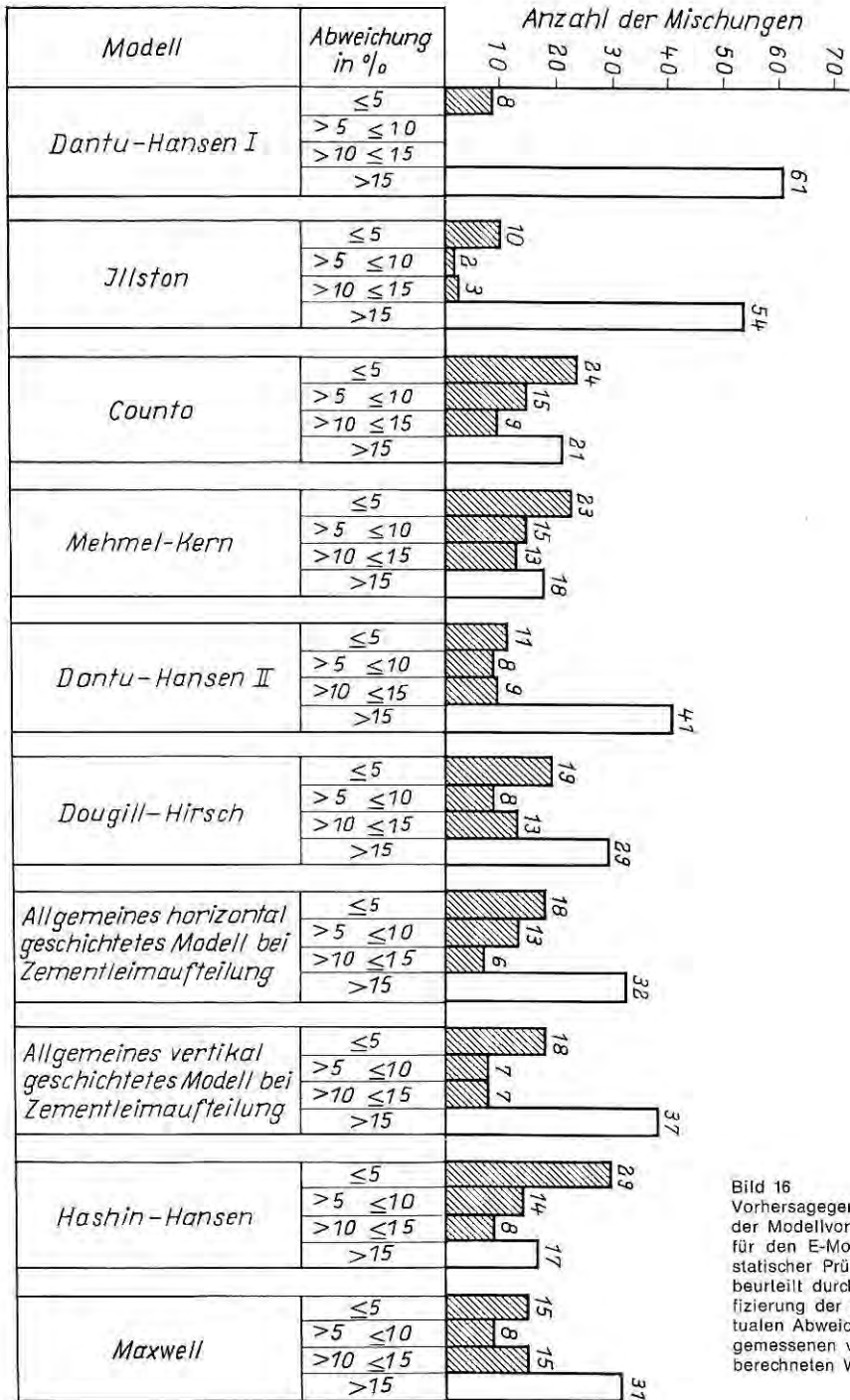


Bild 16  
Vorhersagegenauigkeit der Modellvorstellungen für den E-Modul bei statischer Prüfung, beurteilt durch Klassifizierung der prozentualen Abweichung der gemessenen von den berechneten Werten

## 6. Einfluß des Zuschlaggrößtkorns auf die elastischen Eigenschaften von Beton

Mischungen, die sich nur durch das Größtkorn des Zuschlags unterschieden (hier 3 mm, 7 mm und 15 mm), zeigten bei sonst gleichen Verhältnissen mit wachsendem Größtkorn ein Ansteigen des E-Moduls, was auf den Einfluß der Krafteinleitung bei der Spannungumlagerung hinweist. Damit sich eine dem Verhältnis der Steifigkeiten entsprechende Spannungsverteilung ausbilden kann, muß bei einem gegenüber dem Zementstein höheren Zuschlagelastizitätsmodul eine Spannungumlagerung vom Zementstein auf den Zuschlag stattfinden. Bei größer werdendem Zuschlagkorn wächst die Krafteinleitungsfläche, und die Spannungsverteilung nähert sich somit derjenigen, die dem Zustand gleicher Dehnung im Zuschlag und Zementstein entspricht.

Aus diesen Überlegungen folgt, daß bei gleichem Volumenverhältnis Zuschlag zu Zementstein die Spannungumlagerung bei größeren Körnern weitergehend sein wird als bei kleineren und daß bei sonst gleichen Verhältnissen ein Unterschied zwischen dem elastischen Verhalten von Betonen und Mörteln auftreten muß, bei denen das Zuschlagvolumen auf verschiedene Weise aus Zuschlägen unterschiedlichen E-Moduls zusammengesetzt ist.

Diese Überlegungen lassen sich durch Versuchsergebnisse belegen, Bild 17. Bei diesen Untersuchungen bestand der Zuschlag entweder aus Granit oder Basalt, oder er wurde zu je rd. 50 Vol.-% aus Granit und Basalt zusammengesetzt. Dabei wurde einmal jede Korngruppe zur Hälfte aus beiden Stoffen gebildet, und zum anderen bestanden die feineren Kornanteile aus Granit bzw. Basalt und die größeren Anteile aus Basalt bzw. Granit. Die Messungen bestätigen, daß die elastischen Eigenschaften der größeren Zuschlagkörner den E-Modul von Beton mehr beeinflussen als die der kleineren. Bei nahezu gleicher Festigkeit ergaben sich beim E-Modul Unterschiede bis zu 20 %.

Zieht man die Druckfestigkeit in diese Betrachtung mit ein, so zeigen die Versuchswerte unter sonst gleichen Verhältnissen, daß im Gegensatz zum E-Modul die Druckfestigkeit mit wachsendem Größtkorn sinkt. Bei Verwendung von Basalt als Zuschlag entsprach eine Zunahme des Größtkorns von 3 mm auf 15 mm einer Druckfestigkeitsabnahme von rd. 20 % und einem E-Modulanstieg von rd. 10 % sowohl bei dynamischer als auch bei statischer Prüfung. Für Praxisbetone werden die Auswirkungen des Kornaufbaues auf die Betoneigenschaften geringer sein, jedoch ist zumindest bei hohen Festigkeitsklassen beim Übergang auf eine Kornzusammensetzung mit kleinerem Größtkorn mit einem technisch verwertbaren Festigkeitsanstieg zu rechnen.

Diese Feststellungen stehen zwar im Widerspruch zur herrschenden Auffassung, daß alle Einflußgrößen, die die Druckfestigkeit erhöhen, auch den E-Modul ansteigen lassen, sie erklären jedoch z. B. das von Dahms [28] beschriebene günstige Verhalten von sandreichen Betonen mit kleinerem Größtkorn gegenüber Schlagbeanspruchung. Da die Schlagfestigkeit mit der Druckfestigkeit und die Beanspruchung infolge Schlag mit dem E-Modul anstei-

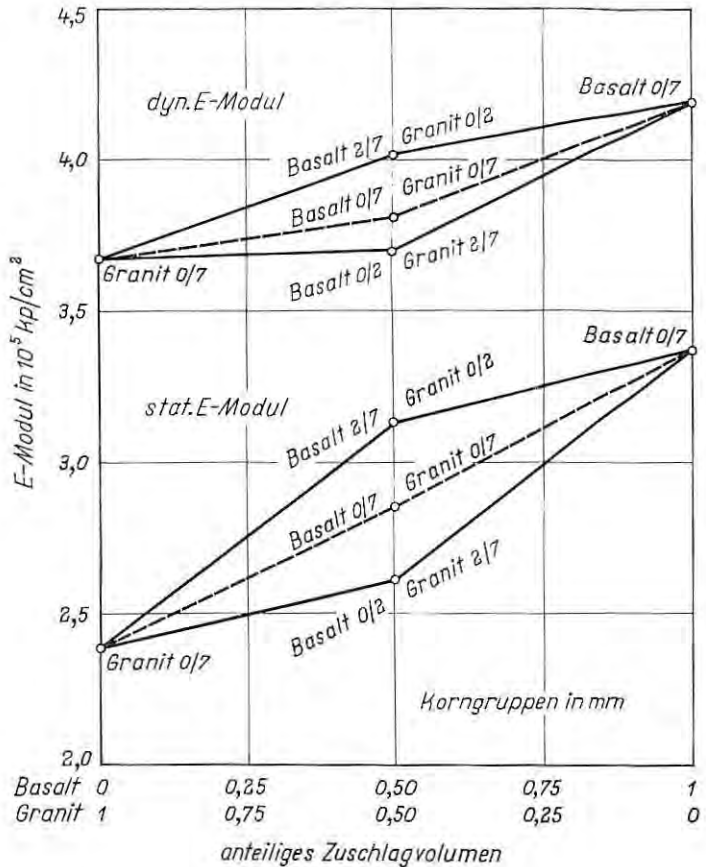


Bild 17 Dynamischer und statischer E-Modul in Abhängigkeit von der Zuschlagart und -zusammensetzung

gen, müssen sich Betone mit hoher Festigkeit bei gleichzeitig möglichst niedrigem E-Modul günstig verhalten, d. h. alle Einflüsse, die die Druckfestigkeit erhöhen und den E-Modul senken, wie z. B. ein geringes Zuschlaggrößtkorn und ein geringer Feuchtigkeitsgehalt des erhärteten Betons, müssen die Schlagfestigkeit günstig beeinflussen.

## 7. Vorhersage und Bestimmung des E-Moduls

Hinsichtlich der Festbetoneigenschaften wird Normalbeton in der Regel nach der Druckfestigkeit, Leicht- und Schwerbeton neben der Druckfestigkeit auch nach der Rohdichte entworfen. Die übrigen Festbetoneigenschaften, so auch der E-Modul, werden in ihrer Größe hingenommen, wie sie sich ergeben, und ihrer Auswirkung gemäß beim Entwurf der Bauwerke berücksichtigt. Soweit

es sich wie beim E-Modul um eine im Kurzzeitversuch bestimm-  
bare Eigenschaft handelt, steht in der Praxis bei diesen Eigen-  
schaften die versuchsmäßige Bestimmung der Vorhersage gegen-  
über im Vordergrund. Bei Langzeiteigenschaften jedoch, wie z. B.  
dem Kriechen, ist wegen der langen Versuchsdauer für die An-  
wendung die Vorhersage wichtiger als die versuchsmäßige Be-  
stimmung. In einigen Fällen, wie z. B. bei Schwingungsproblemen,  
kann auch eine Vorhersage der elastischen Eigenschaften nutz-  
bringend sein, in diesem Fall ist sogar der Entwurf einer Beton-  
mischung nach Druckfestigkeit und E-Modul denkbar. Für die Vor-  
hersage des E-Moduls von Beton ist die Benutzung der Regres-  
sionsformeln mit besonderem Aufwand verbunden, so daß eine  
Lösung dieses Problems mit Diagrammen vorteilhaft ist. Der  
E-Modul des wassersatten Zementsteins im Alter von 28 Tagen  
ist nur abhängig von seinem Dichtigkeitsgrad (Abschnitt 4) oder  
von den den Dichtigkeitsgrad beeinflussenden Größen, wie Was-  
serzementwert und Hydratationsgrad.

Diese Abhängigkeiten sind für den statischen E-Modul in Bild 18  
so dargestellt, daß sich mittels eines Festwerts (Koeffizient  $\alpha_1$ ) der  
E-Modul schnell bestimmen läßt. Diese Darstellung ist erweite-

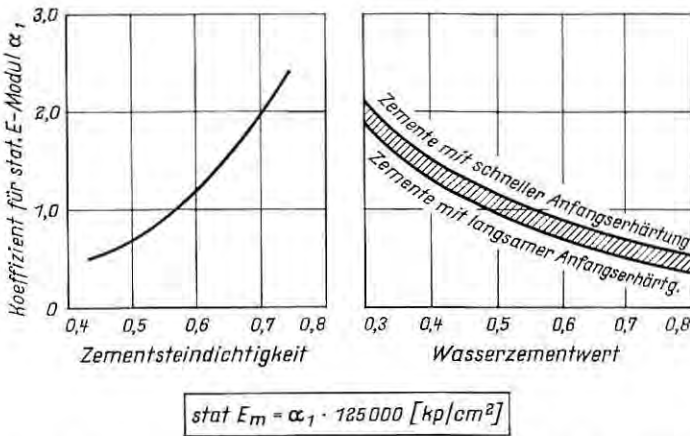


Bild 18 Diagramm zur Bestimmung des statischen E-Moduls von wasser-  
sattem Zementstein im Alter von 28 Tagen

rungsfähig für andere Einflußgrößen, wie z. B. Alter und Feuchtig-  
keitsgehalt des Zementsteins. Nach der Bestimmung des E-Mod-  
uls des Zementsteins läßt sich auf ähnliche Art der E-Modul des  
Betons bestimmen. Bild 19 zeigt die Abhängigkeit des Koeffizien-  
ten zur Bestimmung des statischen E-Moduls in Abhängigkeit vom  
E-Modulverhältnis Zuschlag zu Zementstein und vom Zementstein-  
gehalt. Weitere Einflußgrößen, wie z. B. Feuchtigkeitsgehalt des  
Betons oder Größtkorn und Kornabstufung des Zuschlags, lassen  
sich auf ähnlichem Wege berücksichtigen. Eine hinreichend ge-

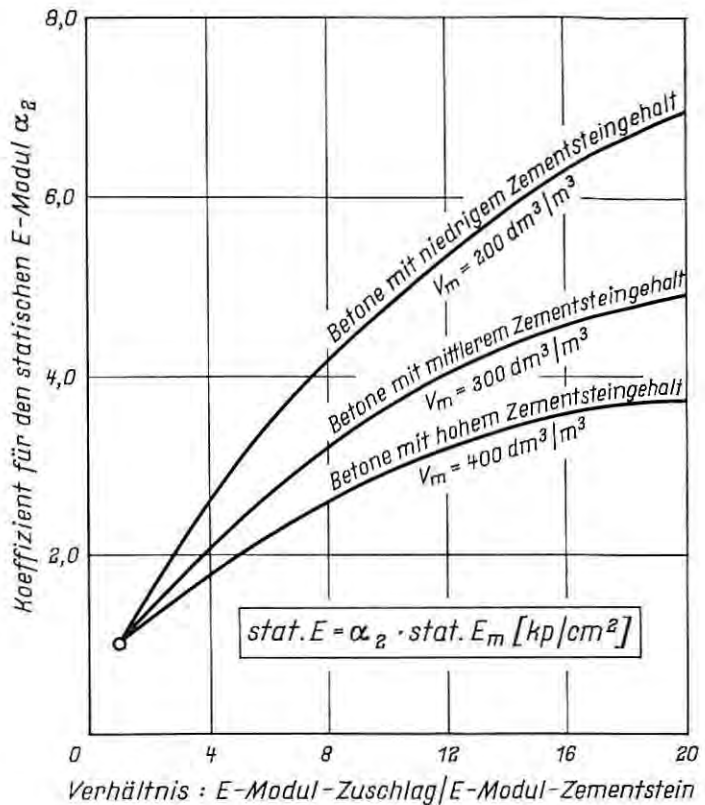


Bild 19 Diagramm zur Bestimmung des statischen E-Moduls von wasser-sattem Beton im Alter von 28 Tagen

naue Vorausbestimmung auf diesem Wege setzt allerdings eine verhältnismäßig große Vorinformation voraus. Unter anderem muß der E-Modul des Zuschlags bekannt sein, was häufig nicht der Fall ist; seiner Bestimmung stehen außerdem bei natürlich gekörntem Zuschlag große Schwierigkeiten entgegen.

Obwohl der E-Modul dann ähnlich berechenbar wäre wie das Kriechen [6], wird aus schon dargelegten Gründen für die Praxis die versuchsmäßige Bestimmung des E-Moduls wichtiger sein, wenn man von den in den Vorschriften für die Berechnung festgelegten Werten abweichen will. Mit Hilfe elektronischer Meßgeräte lassen sich die durch kurzzeitig wirkende Spannungen verursachten Verformungen zuverlässig, schnell und wirtschaftlich messen. Was bislang jedoch fehlt, ist eine für die Praxis brauchbare einfache Konvention, was unter dem E-Modul des Betons zu verstehen ist und unter welchen Annahmen und Bedingungen er zu bestimmen ist. Wie eine internationale Umfrage [5] ergeben hat, werden zur Zeit noch eine Vielzahl von Prüfverfahren mit sehr unterschiedlichen Belastungszeitdiagrammen und damit auch

E-Moduldefinitionen in verschiedenen Ländern angewandt. Bei der Festlegung der Prüfvorschrift in DIN 1048 sollte der Einsatz von elektronisch gesteuerten Prüfmaschinen, elektronischen Meßgeräten und Auswertungen bedacht werden.

## **8. Zusammenfassung**

Die vorliegenden Untersuchungen sind ein Beitrag zur Klärung der Auswirkung der elastischen Eigenschaften von Zementstein und Zuschlag auf die elastischen Eigenschaften von Betonen und Mörteln. Aus den Ergebnissen der Untersuchungen und den dabei gemachten Beobachtungen kann für die vorliegenden Verhältnisse gefolgert werden:

8.1 Zur Vereinheitlichung der Prüfpraxis bei der statischen Bestimmung des E-Moduls ist die Darstellung des Belastungs-schemas in einem Belastungszeitdiagramm angezeigt.

8.2 Bei gleichem Belastungszeitdiagramm sind die Unterschiede bei mehreren Lastwechseln zwischen größtem und kleinstem Wert bei verschiedenen Sekantenmoduln (bestimmt bei Be- und Entlastung, beim 1., 2. und 10. Lastwechsel, unmittelbar nach Erreichen der Prüfspannung oder nach augenscheinlichem Gleichbleiben der Meßwerte) von gleicher Größe wie die Maßspannen (Größtwert minus Kleinstwert) der einzelnen Moduln von verschiedenen Probekörpern eines Betons.

8.3 Die Unterschiede zwischen den statischen E-Moduln (Sekantenmoduln) verschiedener Festlegung sind bei gleichem Belastungszeitdiagramm (Belastungsschema) wegen der Herstellstreuung des Betons für die Praxis nicht bedeutungsvoll.

8.4 Das elastische Verhalten von wassersattem Zementstein wird von seinem Dichtigkeitsgrad bestimmt bzw. den die Zementsteindichtigkeit beeinflussenden Größen, wie Wasserzementwert und Hydrationsgrad.

8.5 Das Verhältnis zwischen dynamischem und statischem E-Modul ist keine konstante Größe, sondern von vielen Einflüssen, wie z. B. vom Porenraum des Zementsteins, von der Zuschlagart und vom Sättigungsgrad des Porensystems mit Wasser, abhängig. Aus diesem Grunde kann die statische Bestimmung des E-Moduls zur Beschreibung des elastischen Verhaltens unter Last nicht mit ausreichender Sicherheit durch dynamische Prüfung nach dem Resonanzfrequenz- oder Ultraschallverfahren ersetzt werden.

8.6 Einige der in der Literatur angeführten Gleichungen für den E-Modul von Beton in Abhängigkeit von den elastischen Eigenschaften von Zementstein und Zuschlag und deren Volumenanteil geben bei Anwendung des Resonanzfrequenzverfahrens eine recht gute Übereinstimmung mit gemessenen Werten. Bei statischer Prüfung ist ihre Brauchbarkeit ohne Hinzufügung einer empirisch ermittelten Größe stark vermindert.

8.7 Unter sonst gleichen Verhältnissen steigt mit wachsendem Größtkorn des Zuschlags (hier von 3 mm auf 15 mm) der E-Modul



an, während die Druckfestigkeit sinkt. Neben dem Feuchtigkeitsgehalt ist das Größtkorn des Zuschlags eine Größe, die Druckfestigkeit und E-Modul gegensinnig beeinflusst.

8.8 Die elastischen Eigenschaften eines Betons werden bei gleichem Volumenverhältnis Zuschlag zu Zementstein mehr durch die Gesteinseigenschaften der größeren Körner als durch diejenigen der kleineren Körner des Zuschlags beeinflusst.

## SCHRIFTTUM

- [1] Manns, W.: Über den Einfluß der elastischen Eigenschaften von Zementstein und Zuschlag auf die elastischen Eigenschaften von Mörtel und Beton. Dissertation TH Aachen 1969; ebenso Forschungsberichte des Landes NRW. H. 2112. Westdeutscher Verlag, Köln/Opladen 1970.
- [2] Timoshenko, P.: History of strength of materials. Mc Graw-Hill Book Company, London 1953.
- [3] Flügge, W.: Festigkeitslehre und Elastizitätstheorie. Taschenbuch für Bauingenieure. Hrsg. von F. Schleicher. 2. Auflage. Band 2. Springer-Verlag, Berlin/Göttingen/Heidelberg 1955.
- [4] Becker, G. W., und J. Meißner: Viskoelastisches Verhalten und Fließen. Elastische und viskose Eigenschaften von Werkstoffen. Hrsg. vom DVM. Beuth-Vertrieb, Berlin 1963.
- [5] Wesche, K., und W. Manns: Evaluation of an international inquiry to determine the modulus of elasticity of concrete under static compression. Matériaux et Constructions/Materials and Structures 3 (1970) Nr. 15.
- [6] CEB/FIP: International recommendations for the design and construction of concrete structures. Cement and Concrete Association, London 1970.
- [7] Walz, K., und G. Wischers: Konstruktions-Leichtbeton hoher Festigkeit. Beton-Verlag, Düsseldorf 1964.
- [8] Pauw, A.: Static modulus of elasticity of concrete as affected by density. Proc. Amer. Concr. Inst. 57 (1960/61) Nr. 6.
- [9] Bonzel, J.: Elastische und bleibende Zusammendrückungen verschiedener Betone. Dissertation TH Aachen 1957.
- [10] Sell, R.: Der E-Modul des Betons. Dissertation TH München 1959.
- [11] Anson, M.: An investigation into a hypothetical deformation and failure mechanism for concrete. Magazine of Concrete Research 16 (1964) Nr. 47.
- [12] Baker, A. L. L.: An analysis of deformation and failure characteristics of concrete. Magazine of Concrete Research 11 (1959) Nr. 33.
- [13] Counto, U. J.: The effect of the elastic modulus of the aggregate on the elastic modulus, creep and creep recovery. Magazine of Concrete Research 16 (1964) Nr. 48.
- [14] Dougill, J. W.: Diskussionsbeitrag zu: Modulus of elasticity of concrete affected by elastic moduli of cement paste matrix and aggregate, von T. J. Hirsch. Proc. Amer. Concr. Inst. 59 (1962) Nr. 9.
- [15] Dantlu, P.: Etude des contraintes dans les milieux hétérogènes, application au béton. Annales de l'Institut Technique du Bâtiment et des Travaux Publics 11 (1958) Nr. 121.
- [16] Hirsch, T. J.: Modulus of elasticity of concrete affected by elastic moduli of cement paste matrix and aggregate. Proc. Amer. Concr. Inst. 59 (1962) Nr. 3.
- [17] Hansen, T. C.: Thermal and electrical conductivity and modulus of elasticity of two-phase composite materials. RILEM Bulletin N. S. (1966) Nr. 31.
- [18] Hansen, T. C.: Influence of aggregate and voids on the modulus of elasticity of concrete, cement mortar and cement paste. Proc. Amer. Concr. Inst. 62 (1965) Nr. 2.

- [19] Hashin, Z.: The elastic modulus of heterogeneous materials. *Journal of Applied Mechanics* 29 (1962) Nr. 1.
- [20] Hansen, T. C.: Creep of concrete. Svenska Forskningsinstitutet för Cement och Betong vid Kungl. Tekniska Högskolan i Stockholm (Swedish Cement and Concrete Research Institute at the Royal Institute of Technology) Meddelanden (Bulletins) Nr. 33. Stockholm 1958.
- [21] Illston, J. M.: The delayed elastic deformation of concrete as a composite material. *The Structure of Concrete and Its Behaviour under Load*. International Conference, London, September 1965. Cement and Concrete Association, London 1968.
- [22] Mehmel, A., und E. Kern: Elastische und plastische Stauchungen von Beton infolge Druckschwell- und Standbelastung. *Deutscher Ausschuß für Stahlbeton*, H. 153, Wilhelm Ernst & Sohn, Berlin 1962.
- [23] Boes, A.: Über das Kriechen von Zementstein und Mörtel. Aachen, Veröffentlichung in Vorbereitung.
- [24] Grudemo, A.: Some aspects on the microstructures of cement gel constituents and the relations to the deformation properties of hardened cement paste. *Gullkornet* 9 (1959) Nr. 1.
- [25] Härig, L.: Die Beeinflussung des E-Moduls von Beton durch Zemente mit unterschiedlichem mineralischem Aufbau und durch natürliche und künstliche Zuschlagsstoffe. Dissertation TH Stuttgart 1964.
- [26] Helmuth, R. H., und D. H. Turk: Elastic moduli of hardened portland cement and tricalcium silicate pastes, effect of porosity. *Symposium on Structure of Portland Cement Paste of Concrete*. Highway Research Board, Washington D. C. 1966 (Highway Research Board. Special Report 90).
- [27] Powers, T. C.: The physical structure of portland cement paste. *The Chemistry of Cements*. Ed. by H. F. W. Taylor. Vol. 1. Academic Press, London/New York 1964.
- [28] Dahms, J.: Die Schlagfestigkeit des Betons. Dissertation TH Braunschweig 1967; ebenso Schriftenreihe der Zementindustrie, H. 34, Beton-Verlag, Düsseldorf 1968.