

Beurteilung der Betondruckfestigkeit mit Hilfe von Annahmekennlinien

Von Justus Bonzel und Wilhelm Manns, Düsseldorf

Übersicht

Im Betonbau ist es üblich, die Druckfestigkeit einer Betonfertigung mit dem Mittelwert von Stichproben zu beurteilen. Da im Versagenfall ein Bruch jedoch von der schwächsten Stelle im Bereich hoher Beanspruchungen ausgeht, soll die Bemessung von Betonbauteilen aus Gründen der Bausicherheit in Zukunft auf eine Mindestfestigkeit (eine Fraktile der Grundgesamtheit) abgestimmt werden, d. h. auf eine Druckfestigkeit, die an möglichst vielen Stellen des Bauteils erreicht oder überschritten wird. Bei diesem Vorgehen werden größere Streuungen der Druckfestigkeit einer Betonfertigung — d. h. ungleichmäßiger Beton — nicht wie bisher die Sicherheit verringern, sondern das Vorhaltemaß vergrößern, das der Betonhersteller gegenüber der Bemessungsgrundlage (Nennfestigkeit) einhalten muß, um die Anforderungen zu erfüllen.

Für die Neufassung der DIN 1045 wird dies berücksichtigt. Bereits in DIN 1045, Entwurf März 1968, wurden die entsprechenden Anforderungen so festgelegt, daß die Nennfestigkeit der Festigkeitsklassen der 5 %-Fraktile der Grundgesamtheit entspricht und daß den bei einfachen Nachweisen (ohne statistische Auswertung) zusätzlich zu erfüllenden Anforderungen eine auf der sicheren Seite liegende Standardabweichung der Grundgesamtheit zugrunde liegt. Auch in Zukunft werden im Rahmen der Güteprüfung einfache Nachweise (ohne statistische Auswertung) mit Dreier-Stichproben, aber auch mit Zehner-Stichproben möglich und wegen der zugrunde liegenden Vorinformation auch ausreichend sein. Bei Unterschreiten der dafür gestellten Anforderungen oder, wenn die den Anforderungen an Mittelwert und Vorhaltemaß zugrunde liegende Standardabweichung für eine bestimmte Betonfertigung zu ungünstig ist, wird der Nachweis mit Hilfe einer statistischen Auswertung zu führen sein. Dazu ist jedoch ein größerer Stichprobenumfang erforderlich. Im vorliegenden Bericht werden für die statistische Auswertung von Stichprobenergebnissen zwei Verfahren vorgeschlagen, denen eine Annahmekennlinie für Beton zugrunde liegt, die sowohl den technischen Möglichkeiten als auch den Anforderungen aus Gründen der Bausicherheit und den für Hersteller und Verbraucher vertretbaren Risiken gerecht wird.

1. Allgemeines

Die Betondruckfestigkeit ist die für die Betonfestigkeitsklasse (Betongüte) kennzeichnende Eigenschaft. Auf Baustellen sowie in Beton- und Transportbetonwerken ist daher bei Überwachung des Betons in der Regel nachzuweisen, daß die Anforderungen an die Betondruckfestigkeit erfüllt worden sind. In den Betonbestimmungen DIN 1045 (Nov. 1959) gilt als Betongüte die mittlere 28-Tage-Druckfestigkeit von drei 20-cm-Würfeln, die 7 Tage feucht und 21 Tage an Raumlufte zwischen 15 und 22 °C lagerten. Auch als Druckfestigkeit bei anderen Altersstufen oder anderen Lagerungsbedingungen und als Druckfestigkeit des Betons im Bauwerk wird der Mittelwert der Prüfergebnisse zugrunde gelegt. Da im Versagensfall der Bruch im Bauwerk jedoch von der schwächsten Stelle im Bereich hoher Beanspruchungen ausgeht, soll die Bemessung von Betonbauteilen aus Gründen der Bausicherheit in Zukunft auf eine Mindestfestigkeit (eine Fraktile der Grundgesamtheit) abgestimmt werden, d. h. auf eine Druckfestigkeit, die an möglichst vielen Stellen des Bauteils erreicht oder überschritten wird. Bei diesem Vorgehen werden größere Streuungen der Druckfestigkeit — d. h. ungleichmäßiger Beton — nicht wie bisher die Sicherheit verringern (siehe Bild 1), sondern das Vorhaltemaß vergrößern, das der Betonhersteller gegenüber der Bemessungsgrundlage (Mindestfestigkeit = Nennfestigkeit der Betonfestigkeitsklasse) einhalten muß, um die Anforderungen zu erfüllen. Nur

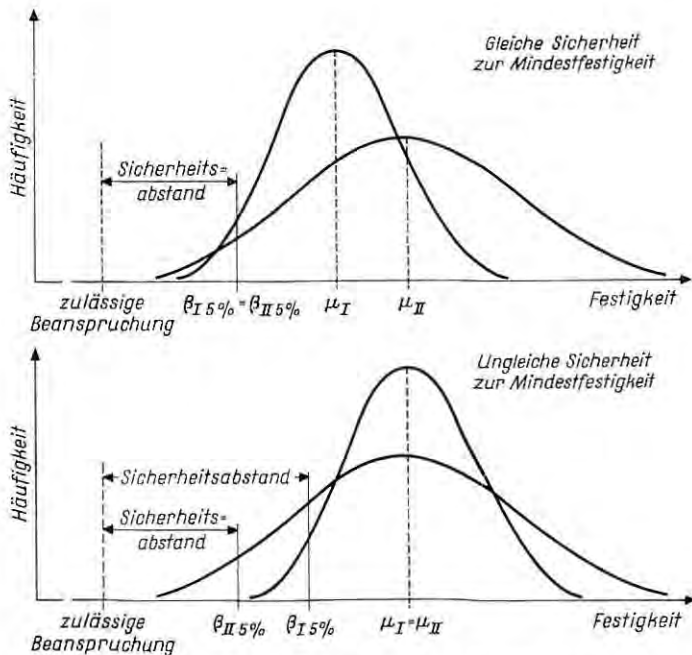


Bild 1 Gegenüberstellung der Beurteilung einer Betonfertigung nach der 5 %-Fraktile und nach dem Mittelwert

eine solche Betrachtungsweise ermöglicht bei unterschiedlichen Festigkeitsverteilungen einen gleichen Sicherheitsabstand zwischen Nennfestigkeit des Betons und zulässiger Beanspruchung. Die in jüngerer Zeit erarbeiteten Betonbestimmungen, wie z. B. die Empfehlungen des CEB [1], ACI Standard 301-66 [2] und DIN 1045, Entwurf März 1968, [3], berücksichtigen dies.

In Deutschland wird die Einhaltung der Druckfestigkeitsanforderungen in der Regel an Probekörpern überwacht, die aus Frischbeton in besonderen Formen hergestellt worden sind (Güteprüfung). Der Umfang der Güteprüfung ist abhängig von Bauteil, Betonmenge und Betonierzeit. Aus Bauwerken oder Bauteilen herausgearbeitete Probekörper werden im allgemeinen nur dann zur Beurteilung der Betondruckfestigkeit herangezogen, wenn Güteprüfungen nicht durchgeführt wurden, wenn die Ergebnisse der Güteprüfung die Anforderungen nicht erfüllten oder wenn beim Beton des Bauwerks die der Güteprüfung entsprechende Betonzusammensetzung und eine ordnungsgemäße Verdichtung sowie — selbst nach genügend langer Erhärtungszeit — eine ausreichende Hydratation zu bezweifeln ist. Bei der Beurteilung der Betondruckfestigkeitsergebnisse von Probekörpern aus Bauwerken oder Bauteilen sind jedoch im Vergleich zur Güteprüfung zusätzliche Einflußgrößen zu berücksichtigen, wie z. B. andere Verdichtung, geringere Hydratation, Einfluß des Herausarbeitens der Probekörper, angeschnittenes Gefüge, Probekörpergröße und -form, Grad der Carbonatisierung.

Bei Großbaustellen, Beton- und Transportbetonwerken, aber auch in Fällen, bei denen die Normenanforderungen an Einzelwerte und Mittelwert der Dreier-Stichprobe nicht erfüllt wurden, sollte durch die gleichzeitige Beurteilung einer größeren Anzahl von Festigkeitsergebnissen entschieden werden, ob die verlangte Betongüte erreicht wurde. Dies geschieht zweckmäßig durch eine statistische Auswertung aller Prüfergebnisse annähernd gleicher Betonzusammensetzung, Herstellung und Verarbeitung. Dabei werden verschiedene Wege beschritten, die teilweise zu unterschiedlichen Ergebnissen führen. Im vorliegenden Beitrag werden die Möglichkeiten für die Beurteilung von Festigkeitsergebnissen erörtert und miteinander verglichen. Für eine einheitliche und gleichmäßige Bewertung von Festigkeitsergebnissen wird ein Beurteilungsverfahren vorgeschlagen.

2. Verteilung und Streuung der Betondruckfestigkeit

Wie bei allen technischen Fertigungen lassen sich auch bei der Betonherstellung die gewünschten Eigenschaften nur mit einer gewissen Schwankung erreichen. Werden z. B. bei laufender Herstellung einer Betonfestigkeitsklasse (Betongüte) in angemessenen Abständen Betonproben entnommen, so zeigt es sich, daß die bei der Prüfung festgestellten Druckfestigkeiten mehr oder weniger voneinander abweichen. Einen Überblick über die Verteilung der Festigkeitsergebnisse vermittelt eine Häufigkeitsverteilung (Histogramm), bei der die Häufigkeit der vorkommenden Festigkeitswerte in Abhängigkeit von engen Festigkeitsberei-

chen¹⁾ aufgetragen wird, siehe z. B. Bild 2. Anzahl und Breite der Festigkeitsbereiche richten sich nach der vorhandenen Probenzahl.

Die Festigkeitsergebnisse können normal verteilt (Gaußsche Verteilung, siehe Bild 2) sein, die Häufigkeitsverteilung kann aber

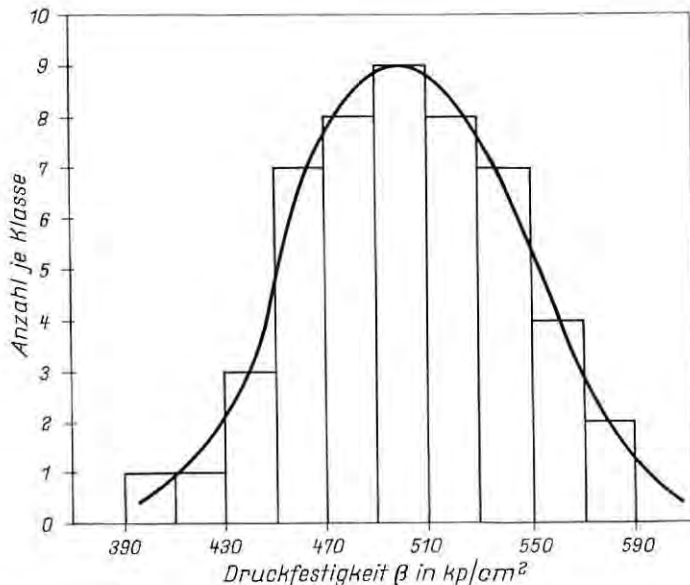


Bild 2 Häufigkeitsverteilung (Histogramm) der Ergebnisse einer Güteprüfung von Beton nach DIN 1048

auch, z. B. bei niederen Festigkeiten, wegen der Begrenzung nach unten „links schief“ (siehe z. B. Bild 3) und bei hohen Festigkeiten wegen der Begrenzung der Streuung nach oben „rechts schief“ erscheinen. Ob die Annahme einer Normalverteilung gerechtfertigt ist, läßt sich mit dem Kolmogoroff-Smirnow-Test [5] prüfen. Muß die Hypothese der Normalverteiltheit verworfen werden, so hilft meist eine Merkmalstransformation oder die Anwendung der logarithmischen Normalverteilung weiter, siehe u. a. [6, 7, 8].

Bei statistischer Auswertung von Betonfestigkeitsergebnissen wird in der Regel ohne weitere Prüfung dieser Annahme eine Normalverteilung zugrunde gelegt. Damit wird die Häufigkeitsverteilung der Betonfestigkeit im allgemeinen auch genügend genau wieder-

¹⁾ Die in der Statistik dafür übliche Bezeichnung „Festigkeitsklasse“ wurde hier nicht gewählt, um eine Verwechslung mit dem in der Belontechnologie üblichen Begriff „Betonfestigkeitsklasse“ auszuschließen.

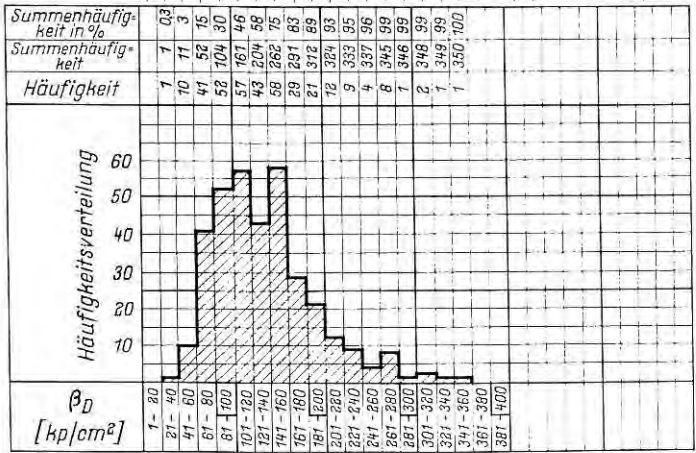
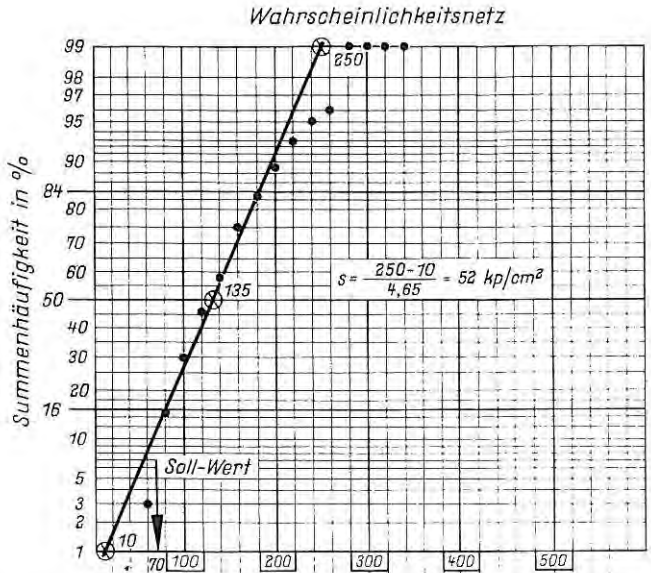


Bild 3 Häufigkeitsverteilung und Summenhäufigkeit von Festigkeitsergebnissen einer Bodenverfestigung mit Zement [4]

gegeben. Die Gaußsche Verteilung und die statistische Auswertung der normalverteilten Ergebnisse auch von Betonversuchen wurden in der Literatur bereits ausführlich behandelt, siehe u. a. [4, 6 bis 13].

Als Ursache für die Streuung, die bevorzugt durch die Varianz s^2 oder durch die Standardabweichung s gekennzeichnet wird, kommt eine Vielzahl von Einflußgrößen in Betracht, die im all-

gemeinen auf die sog. „4 M“ (Material, Maschine, Methode und Mensch) zurückgeführt werden können. Die Gesamtstreuungen (gekennzeichnet durch s^2 oder s) setzen sich zusammen aus Qualitätsstreuungen (gekennzeichnet durch s_m^2 oder s_m) und Prüfstreuungen (gekennzeichnet durch s_p^2 oder s_p) nach den Gleichungen:

$$s^2 = s_m^2 + s_p^2 \quad (1)$$

$$s = \sqrt{s_m^2 + s_p^2} \quad (2)$$

Einen Vorschlag für die Beurteilung der Betonherstellung in Abhängigkeit von Standardabweichung und Betonfestigkeitsklasse bzw. von Baustelle und Witterung enthalten die Tafeln 1 und 2 [9, 13].

Tafel 1 Beurteilung der Güte einer Betonherstellung mit Hilfe der Standardabweichung [9]

Mittlere Festigkeit kp/cm ²	Standardabweichung in kp/cm ² in Abhängigkeit von der Sorgfalt der Herstellung	
	gut	schlecht
200	≤ 45	≥ 60
300	≤ 49	≥ 64
400	≤ 53	≥ 68
500	≤ 57	≥ 72
600	≤ 60	≥ 75

Tafel 2 Richtwerte für die Standardabweichung [13]

Sorgfalt der Betonherstellung	Standardabweichung in kp/cm ² für					
	kleine Baustelle		mittlere Baustelle		Großbaustelle	
	Einfluß der Witterung					
	groß	klein	groß	klein	groß	klein
sehr gut	60	50	50	40	40	30
gut	70	60	60	50	50	40
annehmbar	80	70	70	60	60	50

In anderen Ländern wird als Kennwert für die Streuung teilweise die Variationszahl (Variationskoeffizient) v benutzt:

$$v = \frac{s}{\bar{\beta}} \cdot 100 \quad (3)$$

$\bar{\beta}$ ist der Mittelwert einer Stichprobe. Unter Stichprobe werden — auch im folgenden — alle Betonproben verstanden, die aus einer Betonfertigung zufällig entnommen und in eine Auswertung einbezogen werden. Tafel 3 gibt die Grenzwerte der Variations-

Tafel 3 Beurteilung der Güte einer Betonherstellung mit Hilfe der Variationszahl nach ACI 214-65 [11]

Art der Streuung	Variationszahl in % in Abhängigkeit von der Sorgfalt der Herstellung			
	sehr gut	gut	ausreichend	schlecht
Gesamtstreuung $\frac{s}{\bar{\sigma}} \cdot 100$				
auf der Baustelle	< 10,0	10,0 bis 15,0	15,0 bis 20,0	> 20,0
im Labor	< 5,0	5,0 bis 7,0	7,0 bis 10,0	> 10,0
Prüfstreuung $\frac{s_p}{\bar{\sigma}} \cdot 100$				
auf der Baustelle	< 4,0	4,0 bis 5,0	5,0 bis 6,0	> 6,0
im Labor	< 3,0	3,0 bis 4,0	4,0 bis 5,0	> 5,0

zahl für die Gesamtstreuung und für die Prüfstreuung an, mit denen in den USA die Güte der Betonherstellung auf der Baustelle und im Labor beurteilt wird [11]. Eine gleichmäßige Beurteilung des Betons wäre mit der Variationszahl jedoch im Grunde nur dann möglich, wenn die für die mittlere Standardabweichung in Bild 4 eingezeichnete Gerade durch den Nullpunkt verlaufen würde. Diese Voraussetzung trifft angenähert nur für die Prüfstreuung zu.

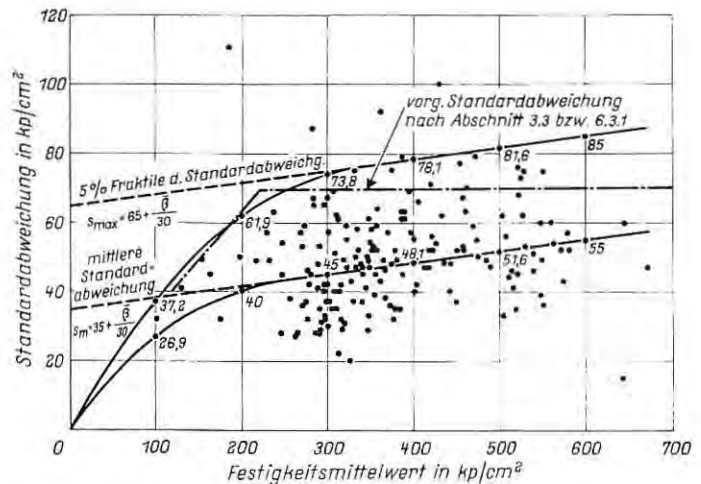


Bild 4 Standardabweichung von Großbaustellen [12]

Die Prüfstreuung von Wiederholungsprüfungen in einer Prüfstelle ist in der Regel kleiner als die Prüfstreuung von Vergleichsprüfungen zwischen verschiedenen Prüfstellen. Bei laufender Betonherstellung wird im allgemeinen die Streuung zwischen den einzelnen Mischerfüllungen als Qualitätsstreuung und die Streuung innerhalb der einzelnen Mischerfüllungen als Prüfstreuung ange-

Tafel 4 Hauptursachen der Festigkeitsstreuungen nach ACI Standard 214-65 [11]

Qualitätsstreuung Streuung zwischen den einzelnen Mischerfüllungen	Prüfstreuung Streuung innerhalb der einzelnen Mischerfüllungen
Änderungen des Wasserzementwertes Schlechte Überwachung des Wasser- zusatzes Große Streuung der Eigenfeuchte der Zuschläge	Unsachgemäße Probenahme Ungleichmäßige Herstellbedingungen Ungleichmäßige Verdichtung Übermäßige Verarbeitungszeit der Probe Ungleiche Behandlung der frischen Probekörper
Änderungen des Wasserbedarfs Kornzusammensetzung der Zuschläge Ungleiches Saugvermögen der Zu- schläge	Veränderungen der Erhärtungsbedin- gungen Ungleichmäßige Temperatur Veränderliche Feuchtigkeit
Streuungen der Eigenschaften und Zugabemengen der Mischungsbestandteile Zuschlag Zement Zusatzstoffe Zusatzmittel	Schlechte Prüfbedingungen Unebene Prüfkörperflächen Ungleiche Prüfdurchführung
Ungleichmäßigkeit beim Transport, Einbringen und Verdichten des Betons	
Ungleichmäßigkeit des Erhärtungsklimas und der Nachbehandlung	

sehen. Tafel 4 gibt die Hauptursachen für diese beiden Streuungen nach ACI Standard 214-65 wieder [11].

Durch die Auswertung von Überwachungsergebnissen zahlreicher Baustellen, Beton- und Transportbetonwerke liegen umfangreiche Erfahrungen über die Streuung der Betondruckfestigkeit vor. Nach H. Rüsç [12, 13] gelten für den Zusammenhang zwischen Standardabweichung und Mittelwert der Betondruckfestigkeit $\bar{\beta}$ des 20-cm-Würfels folgende Beziehungen (siehe auch Bild 4):

$$s = 35 + \frac{\bar{\beta}}{30} \quad (4)$$

$$s_{11} = 6,7 + \frac{\bar{\beta}}{41,6} \quad (5)$$

und als gute Näherung:

$$s_{11} = \frac{\bar{\beta}}{25} \quad (6)$$

3. Neuere Festlegungen über die Betonfestigkeitsklasse und ihren Nachweis

Bei der Neubearbeitung von Betonbestimmungen werden im allgemeinen die Erfahrungen über die Verteilung und Streuung der Festigkeitsergebnisse berücksichtigt. In der Regel wird daher die Festigkeitsklasse (Betongüte) auf eine Mindestfestigkeit (eine Fraktile der Grundgesamtheit) abgestimmt (siehe Abschnitt 1) und

für den Nachweis der Betondruckfestigkeit auch die statistische Auswertung als Möglichkeit angesehen. Entsprechende Festlegungen finden sich u. a. in folgenden Betonbestimmungen:

3.1 CEB-Empfehlungen [1]

Nach den Empfehlungen des CEB (Comité Européen du Béton) für die Berechnung und Ausführung von Stahlbetonbauwerken soll die Nennfestigkeit der Betonfestigkeitsklassen B_n der unteren 5 %-Fraktile der normalverteilten Grundgesamtheit entsprechen und damit folgender Beziehung:

$$B_n = \beta_{5\%} = \mu - 1,64 \cdot \sigma = \mu \left(1 - 1,64 \cdot \frac{\gamma}{100} \right) \quad (7)$$

μ ist der Mittelwert der Betondruckfestigkeit der Grundgesamtheit. Als Standardabweichung σ der Grundgesamtheit ist für Betonfertigteile mindestens 20 kp/cm² und für Ortbetonbauteile mindestens 30 kp/cm² und als Variationszahl γ der Grundgesamtheit mindestens 7 % zu berücksichtigen.

3.2 ACI Standard 301-66 [2]

Die Bestimmung unterscheidet zwei Betonarten. Bei Betonbauteilen, die unter Berücksichtigung zulässiger Spannungen nach dem n-Verfahren bemessen werden, muß jeder mögliche Mittelwert (gleitender Mittelwert) der Druckfestigkeit von 5 aufeinanderfolgend entnommenen Betonproben (Mittel aus 2 Einzelwerten) gleich oder größer als die Nennfestigkeit sein. Höchstens 20 % der Druckfestigkeitsergebnisse der Betonproben dürfen unterhalb der Nennfestigkeit liegen.

An Beton für Spannbetonbauteile und für Bauteile, die nach dem Traglastverfahren (n-frei) bemessen werden, werden erhöhte Anforderungen gestellt. In diesen Fällen muß jeder mögliche Mittelwert (gleitender Mittelwert) der Druckfestigkeit von 3 aufeinanderfolgend entnommenen Betonproben (Mittel aus 2 Einzelwerten) gleich oder größer als die Nennfestigkeit sein. Höchstens 10 % der Betonproben dürfen die Nennfestigkeit unterschreiten.

3.3 DIN 1045, Entwurf März 1968 [3]

Nach dem Entwurf der Stahlbetonbestimmungen gelten die Anforderungen an die Druckfestigkeit des Betons bei der Güteprüfung als erfüllt, wenn kein Einzelwert die Nennfestigkeit der Festigkeitsklasse unterschreitet und wenn der Mittelwert der Druckfestigkeit von 3 aufeinanderfolgend aus verschiedenen Mischerfüllungen entnommenen Betonproben die Nennfestigkeit bei B_n 50 um mindestens 30 kp/cm² und bei den übrigen Festigkeitsklassen um mindestens 50 kp/cm² überschreitet. Werden mehr Betonproben geprüft, so darf ein Festigkeitsergebnis von je 10 aufeinanderfolgend aus verschiedenen Mischerfüllungen entnommenen Proben die Nennfestigkeit um höchstens 20 % unter-

schreiten. Aber auch in diesem Fall muß jeder mögliche Mittelwert von 3 aufeinanderfolgend aus verschiedenen Mischerfüllungen entnommenen Proben (gleitender Mittelwert) die vorher für 3 Proben angeführten Anforderungen erfüllen. Von diesen gesamten Forderungen darf unter gewissen Voraussetzungen abgewichen werden, wenn durch statistische Auswertung der Ergebnisse von mindestens 30 Proben von Beton annähernd gleicher Zusammensetzung, Herstellung und Verarbeitung nachgewiesen wird, daß die 5 %-Fraktile die Nennfestigkeit B_n nicht unterschreitet.

Diese Festlegungen wurden aufgrund statistischer Auswertung der Überwachungsergebnisse zahlreicher Herstellungsbetriebe gewonnen. Allerdings erscheinen die beiden Anforderungen ohne statistische Auswertung wesentlich weniger scharf, wenn man nicht die übrigen technologischen Festlegungen mit einbezieht (Vorinformation). Mit dem Festigkeitsnachweis einer Dreier-Stichprobe wird dann im Grunde nur geprüft, ob sein Ergebnis den Festlegungen nicht widerspricht. Statistisch gesehen entspricht die Nennfestigkeit B_n des Entwurfs der DIN 1045 der unteren 5 %-Fraktile der Druckfestigkeit der Grundgesamtheit und die Mindestanforderung an den Mittelwert (β_{wm}) von 3 Einzelwerten der unteren Grenze des Zufallbereichs dieser Mittelwerte bei einer statistischen Sicherheit von $S = 95\%$, d. h. der unteren 5 %-Fraktile der Mittelwerte von 3 Einzelwerten der Grundgesamtheit. Es gelten daher folgende Beziehungen:

$$B_n = \beta_{5\%} = \mu - 1,64 \cdot \sigma \quad (8)$$

$$\beta_{wm} = \beta_{\mu}(n=3, S=95\%) = \mu - \frac{1,64}{\sqrt{3}} \cdot \sigma \quad (9)$$

Aus diesen Gleichungen ergibt sich die Standardabweichung σ für die Festigkeitsklasse $B_n 50$ zu 43 kp/cm^2 und für die übrigen Festigkeitsklassen zu 72 kp/cm^2 und das Vorhaltemaß $1,64 \cdot \sigma$ für den Mittelwert μ der Grundgesamtheit bei $B_n 50$ zu 70 kp/cm^2 und bei den übrigen Festigkeitsklassen zu rd. 120 kp/cm^2 . Diese Vorhaltemaße sind etwas größer als die bei der Eignungsprüfung gegenüber der Nennfestigkeit mindestens einzuhaltenden Vorhaltemaße von 60 kp/cm^2 für $B_n 50$ und von 100 kp/cm^2 für $B_n 100$ bis einschließlich $B_n 250$.

Nimmt man genau die Druckfestigkeit, die bei der Eignungsprüfung nicht unterschritten werden darf, als Mittelwert der Betonfertigung an, so können bei Beton der Festigkeitsklassen $B_n 100$ und höher die Anforderungen der Güteprüfung für die Einzelwerte noch bei Standardabweichungen von $\leq 60 \text{ kp/cm}^2$ und die Anforderungen für den Mittelwert von 3 Proben noch bei Standardabweichungen von $\leq 53 \text{ kp/cm}^2$ erfüllt werden. Aus diesen Überlegungen geht hervor, daß bei den Festigkeitsklassen $B_n 100$ und höher die 5 %-Fraktile der zugehörigen Grundgesamtheit noch über der Nennfestigkeit liegen kann, wenn bei Standardabweichungen $< 60 \text{ kp/cm}^2$ das in der Norm für die Eignungsprüfung geforderte Vorhaltemaß nicht eingehalten wird und wenn bei Standardabweichungen $< 53 \text{ kp/cm}^2$ die Anforderungen an den Mittelwert von 3 Proben unterschritten werden. In solchen Fällen kann daher eine statistische Auswertung sinnvoll sein.

Wie ein Vergleich mit Bild 4 und mit den Werten der Tafeln 1 und 2 zeigt, liegen die der DIN 1045 E zugrunde liegenden Standardabweichungen von 43 kp/cm^2 für Bn 50 und von 72 kp/cm^2 für Bn 100 und höher vorwiegend nahe der oberen Grenze der auf Baustellen sowie in Beton- und Transportbetonwerken vorkommenden Standardabweichungen und daher für die meisten Betonherstellungen auf der sicheren Seite. Es erscheint daher gerechtfertigt, diese Standardabweichungen auch für statistische Auswertungen bei begrenzter Probenanzahl zugrunde zu legen, zumal die Streuung der Betonfestigkeit durch die in Zukunft sicherlich noch besser werdende Betonherstellung und Überwachung allgemein noch abnehmen wird. Da sowohl die mittlere als auch die größte Standardabweichung mit der Betondruckfestigkeit nur sehr wenig zunimmt, bestehen auch keine Bedenken gegen die Annahme einer konstanten Standardabweichung für die Betonfestigkeitsklassen Bn 100 und höher. Dies kommt der Wirklichkeit viel näher als die Beurteilung mit einer konstanten Variationszahl (Variationskoeffizient), die in der zur Zeit gültigen DIN 1045 und in ACI Standard 214-65 benutzt wird.

4. Kontrollmöglichkeiten einer Betonfertigung mit Stichproben

Da die Annahme einer Normalverteilung in der Regel nicht nachgeprüft wird (siehe Abschnitt 2), verbleibt als Kontrolle der Druckfestigkeit einer Betonfertigung nur der Nachweis, daß die 5%-Fraktile der der Stichprobe zugehörigen Grundgesamtheit die Nennfestigkeit der Festigkeitsklasse nicht unterschreitet. Dafür gibt es verschiedene Möglichkeiten, die allerdings teilweise sehr unterschiedliche Aussagekraft haben und für Beton nur teilweise brauchbar sind.

4.1 Vergleich der Einzelwerte und des Mittelwertes kleiner Stichproben mit festgelegten Mindestfestigkeiten

Man entnimmt eine Stichprobe, errechnet die mittlere Druckfestigkeit $\bar{\beta}$ der Stichprobe und vergleicht die Einzelwerte (Bestimmung der Minderfestigkeiten, d. h. des Schlechtanteils a) und den Mittelwert $\bar{\beta}$ der Stichprobe mit den Mindestfestigkeiten (Schwellenwerten), die aufgrund einer bestimmten statistischen Aussage festgelegt wurden.

Diese Kontrolle ist schon für einen Stichprobenumfang $n = 3$ möglich. Sie ist identisch mit der in DIN 1045 E für eine Serie von 3 Proben vorgesehenen Nachprüfung, aber auch mit der für 10 Proben und einem Ausfallwert vorgesehenen Nachprüfung. Bei diesem Verfahren muß die Mindestfestigkeit für die Einzelwerte der unteren 5%-Fraktile der zugehörigen Grundgesamtheit und die Mindestfestigkeit für den Stichprobenmittelwert der unteren Grenze des entsprechenden Zufallbereiches der Grundgesamtheit ($n = 3$, $S = 95\%$) entsprechen (siehe Abschnitt 3.3). Standardabweichung σ und Druckfestigkeitsmittelwert μ der Betonfertigung (Grundgesamtheit) werden daher als bekannt vorausgesetzt.

Ohne ausreichende Vorinformation legt diese Art der Kontrolle die Verantwortung für die Betonfertigung weitgehend in die Hand des Bauunternehmers, da diese Abnahmebedingung lediglich besagt, daß die vorliegenden Ergebnisse der Hypothese „5 %-Fraktile der der Stichprobe zugehörigen Grundgesamtheit \geq Nennfestigkeit“

nicht widersprechen.

Eine zusätzliche Beurteilung ist durch den beobachteten Schlechtanteil a möglich. Darunter versteht man die Einzelwerte der Stichprobe, die die Nennfestigkeit unterschreiten. Gut-Schlecht-Prüfungen (Attribut-Prüfungen) werden bei großen Grundgesamtheiten in der Regel mit der Binomialverteilung ausgewertet [6]. Nach einer solchen Auswertung erhält man für eine Grundgesamtheit mit einem Schlechtanteil von $p = 5\%$ eine Dreier-Stichprobe ohne Schlechtwert mit rd. 86 % und eine Dreier-Stichprobe mit einem Schlechtwert mit rd. 14 % Wahrscheinlichkeit, siehe Bild 5. Dies bedeutet, daß im Mittel in 14 % aller Fälle

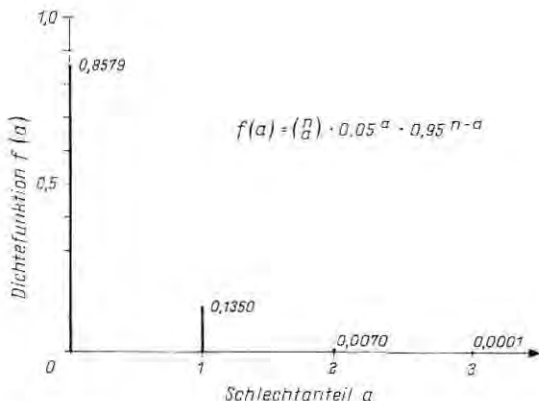


Bild 5 Dichtefunktion der Binomialverteilung mit Schlechtanteil $p = 5\%$ für $n = 3$ und $a = 0, 1, 2$ und 3

Dreier-Stichproben genommen werden, die gemäß den Abnahmebedingungen zu beanstanden sind, obwohl die Grundgesamtheit nur 5 % Schlechtanteile enthält. Die Wahrscheinlichkeit, eine Dreier-Stichprobe ohne Schlechtanteil zu erhalten, beträgt für eine Grundgesamtheit mit einem Schlechtanteil von $p = 10\%$ rd. 73 % und für eine Grundgesamtheit mit einem Schlechtanteil von $p = 20\%$ rd. 51 %. Auch die Gut-Schlecht-Prüfung liefert daher bei geringem Probenumfang keinen sicheren Nachweis, sondern sagt nur aus, daß der Hypothese

„5 %-Fraktile der Grundgesamtheit \geq Nennfestigkeit“

nicht widersprochen wird.

Werden bei diesem Verfahren die Anforderungen nicht erfüllt oder sind dem Betonhersteller die dem Verfahren zugrunde liegenden Vorinformationen (Standardabweichung σ und Mittelwert μ) zu ungünstig, so ist der Nachweis mit einem der nachfolgenden Verfahren zu führen, die jedoch u. a. einen wesentlich größeren Probenumfang erfordern.

4.2 Vergleich der Abnahmefestigkeit mit der Nennfestigkeit für Stichproben mit $n \geq 15$ und vorgegebenem σ

Man entnimmt eine Stichprobe, errechnet den Stichprobenmittelwert $\bar{\beta}$, nimmt für die zugehörige Grundgesamtheit eine auf der sicheren Seite liegende Standardabweichung σ an (siehe Abschnitt 3.3) und vergleicht die Abnahmefestigkeit

$$\beta_u = \bar{\beta} - k_\sigma \cdot \sigma \quad (10)$$

mit der Nennfestigkeit. Der Wert k_σ wird aufgrund eines Prüfplanes (Annahmekennlinie) festgelegt (siehe Abschnitt 5).

Dieses Verfahren ist zur Kontrolle einer Betonfertigung etwa bei einem Stichprobenumfang $n \geq 15$ geeignet, da bei einer angemessenen Annahmekennlinie erst dann die Werte für k_σ bzw. für das Vorhaltemaß in einer für eine Betonfertigung vertretbaren Größenordnung liegen. Bei diesem Verfahren wird als Vorinformation nur die Standardabweichung σ der Grundgesamtheit benötigt, da als Mittelwert der Betonfertigung der Stichprobenmittelwert $\bar{\beta}$ eingesetzt werden kann. Damit die Aussage auf der sicheren Seite liegt, muß die vorgegebene Standardabweichung σ so groß sein, daß alle in der Praxis vorkommenden Fälle praktisch abgedeckt sind. Das Verfahren ist daher zur Nachprüfung eines gleichmäßigen Betons unwirtschaftlich, da ihm dann eine zu große Standardabweichung zugrunde liegt.

Werden bei diesem Verfahren die Anforderungen nicht erfüllt oder kann der Betonhersteller eine geringere Standardabweichung einhalten, so ist es zweckmäßig, das Verfahren nach Abschnitt 4.3 zu wählen.

4.3 Vergleich der Abnahmefestigkeit mit der Nennfestigkeit für Stichproben mit $n \geq 35$ ohne Vorinformation

Man entnimmt eine Stichprobe, errechnet die Stichprobenkennwerte Standardabweichung s und Mittelwert $\bar{\beta}$ und vergleicht die Abnahmefestigkeit

$$\beta_u = \bar{\beta} - k_s \cdot s \quad (11)$$

mit der Nennfestigkeit. Der Wert k_s wird aufgrund eines Prüfplanes (Annahmekennlinie) festgelegt (siehe Abschnitt 5).

Dieses Verfahren ist zur Kontrolle einer Betonfertigung etwa bei einem Stichprobenumfang von $n \geq 35$ geeignet, da bei einer angemessenen Annahmekennlinie erst dann die Werte für k_s bzw. das Vorhaltemaß in einer für eine Betonfertigung vertretbaren Größenordnung liegen.

4.4 Vergleich der Abnahmefestigkeit von Stichproben mit der Nennfestigkeit bei großer statistischer Sicherheit

Man entnimmt eine Stichprobe, errechnet die Stichprobenkennwerte Standardabweichung s und Mittelwert $\bar{\beta}$ und vergleicht die Abnahmefestigkeit

$$\beta_{5\%} = \bar{\beta} - k_T \cdot s \quad (12)$$

mit der Nennfestigkeit. $\beta_{5\%}$ ist die Mindestfestigkeit, die in der Grundgesamtheit bei einer festzulegenden Sicherheit S nur von 5% aller Proben unterschritten wird. Der Faktor k_T kann in Abhängigkeit von Probenumfang und gewählter statistischer Sicherheit S statistischen Tabellen entnommen werden, siehe u. a. [8, 14].

Dieses Verfahren ist zur Kontrolle einer Betonfertigung im Grunde nicht geeignet, da es bei den üblicherweise angenommenen hohen statistischen Sicherheiten entweder zu unverträglich großen Vorhaltemaßen oder zu unzumutbar großen Stichprobenumfängen führt. So ergibt sich z. B. für eine Stichprobe $n = 3$ und eine statistische Sicherheit von $S = 95\%$ folgende Abnahmebedingung:

$$\beta_{5\%} = \bar{\beta} - 7,66 \cdot s \geq B_n \quad (13)$$

Zur Erfüllung dieser Abnahmebedingung müßte ein so großes Vorhaltemaß eingeführt werden, daß eine Betonherstellung praktisch nicht mehr möglich wäre. Ein einigermaßen brauchbares Vorhaltemaß würde sich erst bei Stichprobenumfängen $n \geq 60$ ergeben.

5. Beurteilung der Betonfestigkeit mittels Annahmekennlinie (Prüfplan)

5.1 Allgemeines

Unter einer Annahmekennlinie versteht man die Grenze, die mit Hilfe von Stichproben und unter Zugrundelegung eines bestimmten Prüfplanes über Annahme bzw. Ablehnung einer bestimmten Fertigung entscheiden soll. Vor Festlegen einer Annahmekennlinie muß man sich daher zunächst Klarheit darüber verschaffen, was als „gute“ und was als „schlechte“ Betonfertigung angesehen werden kann. Da bei Beton nach DIN 1045 E die Nennfestigkeit der 5%-Fraktile der Grundgesamtheit entspricht (siehe Abschnitt 3.3), gilt eine Betonfertigung als „schlecht“, wenn der Anteil p an Minderfestigkeiten (Unterschreitung der Nennfestigkeit) $> p_0 = 5\%$ ist. Nach den Vorstellungen der Verbraucher sollte die Annahmewahrscheinlichkeit $W_D = 0$ sein, wenn der tatsächliche, aber unbekannte Ausschußanteil p (Anteil an Minderfestigkeiten) $> p_0$ ist. Der Betonherstellbetrieb ist daran interessiert, daß die Annahmewahrscheinlichkeit $W_D = 100\%$ ist, wenn der tatsächliche, aber unbekannte Ausschußanteil p (Anteil an Minderfestigkeiten) $\leq p_0$ ist. Mathematisch läßt sich die Forderung ausdrücken durch:

$$W_D = 0 \quad \text{für } p > p_0 = 5\% \text{ (Verbraucherinteresse)} \quad (14)$$

$$W_D = 100\% \quad \text{für } p \leq p_0 = 5\% \text{ (Herstellerinteresse)} \quad (15)$$

Grafisch dargestellt ergeben diese Forderungen eine ideale Annahmekennlinie (siehe Bild 6), die allerdings nur bei Prüfung der Grundgesamtheit anwendbar ist. Die Prüfung der gesamten Betonfertigung ist jedoch bei zerstörender Prüfung unmöglich und im allgemeinen auch bei nichtzerstörender Prüfung nicht durchführbar. Man ist darauf angewiesen, eine Betonfertigung mit Stichproben zu prüfen. Die Annahmekennlinie für eine Stichprobenkontrolle weicht jedoch von der Ideal-Kennlinie mehr oder weniger ab, sie nähert sich ihr mit zunehmendem Stichprobenumfang, siehe Bild 7 [15, 16].

Bei Annahmekennlinien für Stichprobenkontrollen (siehe Bild 8) gibt es eine Annahmewahrscheinlichkeit von $W_p = 100\%$ nur für

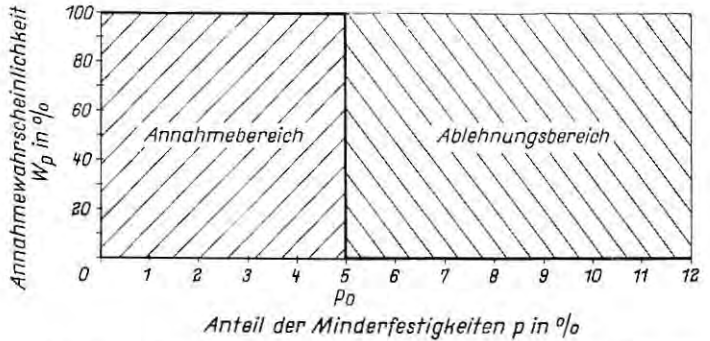


Bild 6 Ideale Annahmekennlinie mit einem Anteil an Minderfestigkeiten von $p_0 = 5\%$

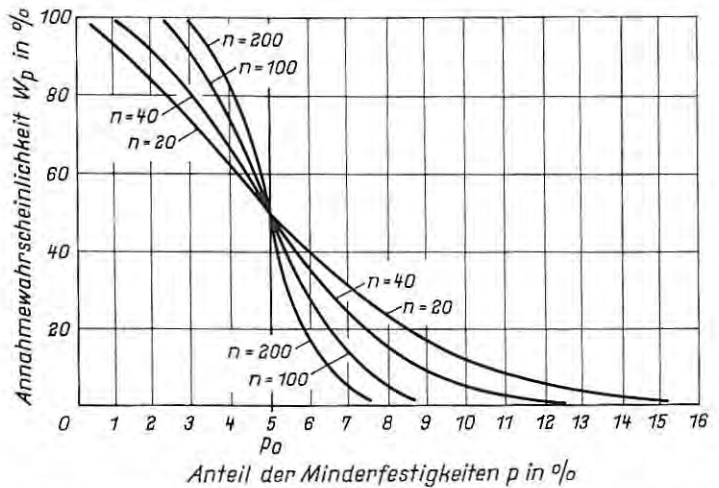


Bild 7 Annahmekennlinien für einen Minderfestigkeitsanteil $p_0 = 5\%$ in Abhängigkeit vom Stichprobenumfang [15]

$p = 0$, d. h. für Grundgesamtheiten ohne Ausfallwert, die es jedoch praktisch nicht gibt. Für alle Betonfertigungen mit einem, wenn auch noch so kleinen Ausschußanteil (Anteil an Minderfestigkeiten) ist die Annahmewahrscheinlichkeit $W_p < 100\%$. Es ist daher nicht zu vermeiden, daß bei dieser Annahmebedingung auch eine Betonfertigung als „schlecht“ bezeichnet und abgewiesen werden kann, deren Ausschußanteil p tatsächlich kleiner als $p_0 = 5\%$ ist. Dieses Risiko wird als Hersteller-Risiko α (Fehler erster Art) bezeichnet, in der grafischen Darstellung wird es durch die im Bereich $p < p_0$ von der gewählten Annahmekennlinie und der Ideal-Kennlinie eingeschlossene Fläche gekennzeichnet, siehe Bild 8. Andererseits kann bei dieser Abnahmebedingung aber auch eine Betonfertigung als „gut“ bezeichnet und angenommen werden, deren Ausschußanteil p tatsächlich größer als $p_0 = 5\%$ ist. Dieses Risiko wird als Abnehmer-Risiko β (Fehler zweiter Art) bezeichnet und ist durch die im Bereich $p > p_0$ von der gewählten Annahmekennlinie und der Ideal-Kennlinie eingeschlossene Fläche gekennzeichnet, siehe Bild 8.

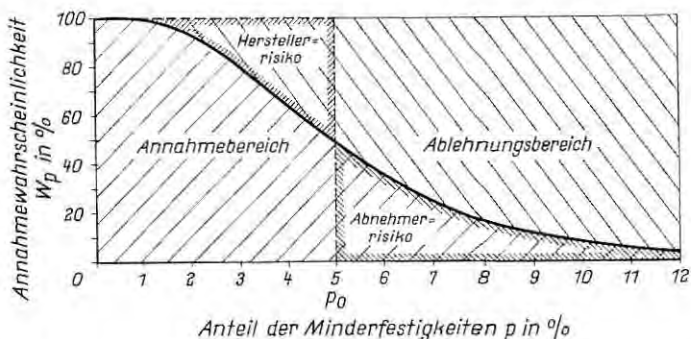


Bild 8 Erläuterung einer Annahmekennlinie für einen Minderfestigkeitsanteil $p_0 = 5\%$ mit Herstellerrisiko und Abnehmerisiko

5.2 Vorschlag einer Annahmekennlinie für Beton

Nach den Festlegungen der einschlägigen Betonbestimmungen (siehe u. a. [1, 3]) ist bei Beton auszugehen, daß die Nennfestigkeit der Festigkeitsklassen der 5%-Fraktile der Grundgesamtheit entspricht, d. h. daß der Ausschußanteil p_0 (Anteil an Minderfestigkeiten) der Grundgesamtheit 5% beträgt. Für eine Betonfertigung ist es vertretbar, die Annahmewahrscheinlichkeit für eine ordnungsgemäße Betonherstellung ($\beta_{5\%} =$ Nennfestigkeit B_n) bei Stichprobenkontrollen auf 50% festzulegen. Da sowohl

²⁾ In der Statistik wird das Abnehmer-Risiko mit β bezeichnet, sonst bedeutet β in diesem Bericht immer Betonfestigkeit.

der für den Nachweis notwendige Stichprobenumfang als auch das für den Mittelwert gegenüber der Nennfestigkeit erforderliche Vorhaltemaß nicht unwirtschaftlich groß werden dürfen, sondern sich in den für Betonfertigungen erfahrungsgemäß ausreichenden Grenzen bewegen müssen, empfiehlt es sich, die Risiken für Hersteller und Abnehmer mit einer Sicherheit von 95 % bei $p = 2\%$ und $p = 11\%$ festzulegen. Mathematisch ausgedrückt heißt das:

$$p_{\alpha} = 5\% = 2\% \text{ mit } S = 1 - \alpha = 95\% \quad (16)$$

$$p_{\beta} = 5\% = 11\% \text{ mit } S = 1 - \beta = 95\% \quad (17)$$

Mit diesen Annahmebedingungen ergibt sich im doppelten Wahrscheinlichkeitsnetz nach K. Stange [17, 18] die Annahmekennlinie in Bild 9. Diese für Betonkontrollen zweckmäßige Annahmekenn-

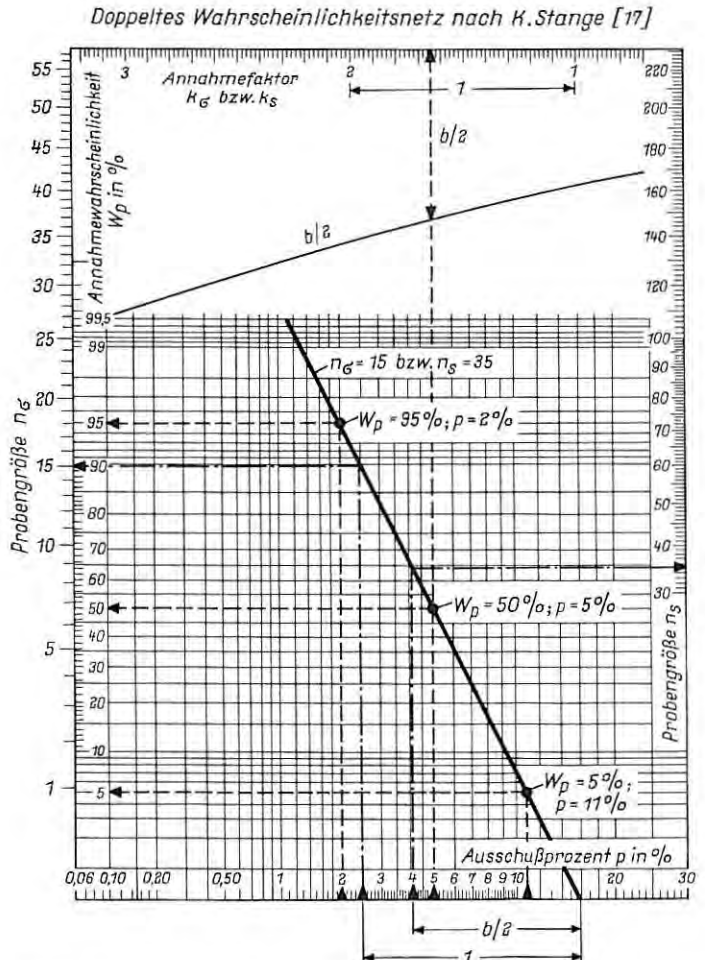


Bild 9 Vorschlag einer Annahmekennlinie für Beton

linie weist für eine Betonfertigung mit 5 % Minderfestigkeiten eine Annahmewahrscheinlichkeit von 50 %, für eine Betonfertigung mit 2 % Minderfestigkeiten eine Ablehnungswahrscheinlichkeit von 5 % und für eine Betonfertigung mit 11 % Minderfestigkeiten eine Annahmewahrscheinlichkeit von 5 % auf. Eine Verringerung der dabei noch vorhandenen, aber durchaus vertretbaren Hersteller- und Verbraucher-Risiken wäre nur erreichbar, wenn das Vorhaltemaß für die Betonherstellung oder der Stichprobenumfang wesentlich vergrößert würde. Beides ist jedoch für Betonfertigungen nicht möglich und erfahrungsgemäß auch nicht nötig.

5.3 Auswertung der Annahmekennlinie für messende Prüfung

Die vorgeschlagene Annahmekennlinie kann sowohl für Nachweise nach Abschnitt 4.2 als auch für Nachweise nach Abschnitt 4.3 verwendet werden. Beim Nachweis mit vorgegebener Standardabweichung σ der Grundgesamtheit (siehe Abschnitt 4.2) entspricht ihr ein Probenumfang von $n_{\sigma} = 15$ (siehe Bild 9). Werden dem Nachweis jedoch Mittelwert $\bar{\beta}$ und Standardabweichung s der Stichprobe zugrunde gelegt (siehe Abschnitt 4.3), so entspricht der Annahmekennlinie ein Probenumfang $n_s = 35$ (siehe Bild 9). Der Annahmefaktor k der Annahmekennlinie ist für beide Verfahren gleich und beträgt 1,64 (siehe Bild 9). Damit liegt auch der Annahmefaktor, der zusammen mit der ggf. vom Hersteller beeinflussbaren Standardabweichung das Vorhaltemaß bestimmt, in einer für alle Beteiligten vertretbaren Größenordnung.

Bei Zugrundelegen dieser Annahmekennlinie gilt eine Betonherstellung, z. B. hinsichtlich der Druckfestigkeit, dann als der Norm (DIN 1045 E) entsprechend, wenn eine der beiden folgenden Abnahmebedingungen erfüllt ist:

a) Verfahren nach Abschnitt 4.2:

$$\beta_{II} = \bar{\beta} - k_{\sigma} \cdot \sigma = \bar{\beta} - 1,64 \cdot \sigma \geq B_n \quad (18)$$

In dieser Abnahmebedingung bedeuten:

$\bar{\beta}$ = Mittelwert der Stichprobe mit $n = 15$

σ = vorgegebene Standardabweichung der Betonfertigung (Grundgesamtheit), siehe Abschnitt 3.3

B_n = Nennfestigkeit der Norm (DIN 1045 E)

b) Verfahren nach Abschnitt 4.3:

$$\beta_{II} = \bar{\beta} - k_s \cdot s = \bar{\beta} - 1,64 \cdot s \geq B_n \quad (19)$$

In dieser Abnahmebedingung bedeuten:

$\bar{\beta}$ = Mittelwert der Stichprobe mit $n = 35$

s = Standardabweichung der Stichprobe mit $n = 35$

B_n = Nennfestigkeit der Norm (DIN 1045 E)

Diese beiden Nachweise sollten die Standardnachweise für alle die Fälle sein, bei denen von der in DIN 1045 E vorgesehenen Möglichkeit der statistischen Auswertung Gebrauch gemacht wird. Ihre Anwendung sollte aber auch dann möglich sein, wenn z. B. die Anforderungen der DIN 1045 E von Dreier- oder Zehner-Stichproben nicht erfüllt worden sind.

Natürlich können grundsätzlich solche Nachweise auch mit größeren oder kleineren Stichprobenumfängen als $n_o = 15$ bzw. $n_s = 35$ geführt werden. Jede Änderung des Stichprobenumfanges hat aber auch eine Änderung der in Abschnitt 5.2 und in Bild 9 vorgeschlagenen Annahmekennlinie zur Folge, die ja nach Abwägung der Grenzen für den Ausschußanteil (Minderfestigkeiten), der dabei zugrunde gelegten statistischen Sicherheiten und der dabei vorhandenen, aber vertretbaren Risiken für Hersteller und Verbraucher als angemessen befunden und festgelegt wurde (siehe Abschnitt 5.2 und Bild 9). Eine Änderung der Annahmekennlinie darf die Sicherheit nicht wesentlich verringern. Durch diese Forderung werden die Änderungsmöglichkeiten sehr stark eingeschränkt. Im Grunde bieten sich nur zwei Möglichkeiten an, und zwar ein Drehen der in Bild 9 vorgeschlagenen Annahmekennlinie um die Punkte, die durch folgende Annahmewahrscheinlichkeit W_p und Ausschußanteile p gekennzeichnet sind:

- a) $W_p = 50\%$ und $p = 5\%$
- b) $W_p = 5\%$ und $p = 11\%$

Beim Drehpunkt $W_p = 50\%$ und $p = 5\%$ würde sich die Annahmekennlinie mit zunehmendem Probenumfang der Ideal-Kennlinie bei $p = 5\%$ immer mehr nähern. Bei kleinerem Stich-

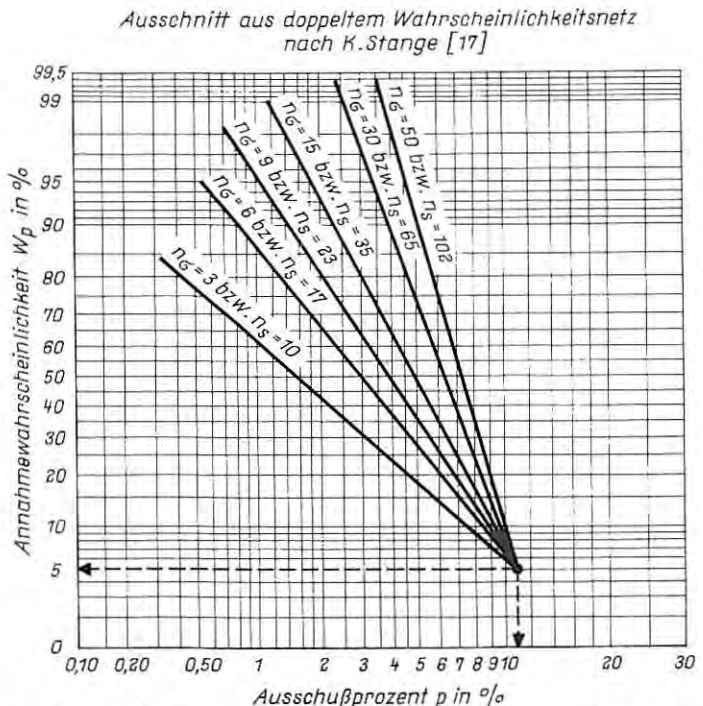


Bild 10 Annahmekennlinien für die Auswertung von Betonversuchen bei unterschiedlichem Probenumfang

probenumfang als $n_o = 15$ bzw. $n_s = 35$ erhöht sich aber die Wahrscheinlichkeit für einen größeren Ausschußanteil, d. h. dieser Drehpunkt kann die Sicherheit erheblich verringern. Außerdem beträgt der Annahmefaktor k bei diesem Drehpunkt für alle Annahmekennlinien 1,64, d. h. jeder wäre bestrebt, den Nachweis mit einer möglichst kleinen Stichprobe zu führen, da eine Vergrößerung des Stichprobenumfangs bei diesem Vorgehen den Annahmefaktor und damit das Vorhaltemaß nicht verkleinert. Dies kann jedoch nicht der Sinn einer statistischen Auswertung sein.

Aus allen diesen Gründen sollte die Annahmekennlinie des Bildes 9 für Nachweise mit anderem Stichprobenumfang als $n_o = 15$ bzw. $n_s = 35$ um den Punkt $W_p = 5\%$ und $p = 11\%$ gedreht werden. Bei diesem Vorgehen halten sich die Veränderungen der Sicherheit und der Risiken für Hersteller und Abnehmer in vernünftigen Grenzen. Bild 10 zeigt die diesen Überlegungen entsprechenden Annahmekennlinien für die Stichprobenumfänge $n_o = 3, 6, 9, 30$ und 50 bzw. $n_s = 10, 17, 23, 65$ und 102 und zum Vergleich dazu nochmals die vorgeschlagene Annahmekennlinie für $n_o = 15$ bzw. $n_s = 35$ aus Bild 9. Die diesen Überlegungen entsprechenden Annahmefaktoren k_o und k_s sind in Abhängigkeit vom Stichprobenumfang in Tafel 5 zusammengestellt. Die k_o -Werte können für einen Nachweis entsprechend Formel 18, die k_s -Werte für einen Nachweis entsprechend Formel 19 verwendet werden.

Tafel 5 Annahmefaktoren k_o und k_s für verschiedene Annahmekennlinien

Probenumfang n	Annahmefaktoren	
	k_o	k_s
6	1,90	
9	1,76	
12	1,70	
15	1,64	
20	1,60	
25	1,56	
30	1,53	1,70
35	1,50	1,64
40	1,48	1,62
45	1,47	1,60
50	1,46	1,59

Die mit den k -Werten der Tafel 5 durchgeführten Abnahmetests ermöglichen bei gleicher Abnahmebedingung (Formel 18 oder 19) für verschiedene Stichprobenumfänge eine weitgehend gleichmäßige Beurteilung von Betonfertigungen. Dabei verringert sich mit wachsendem Stichprobenumfang auch das Hersteller-Risiko, eine für statistische Qualitätskontrolle notwendige Voraussetzung.

5.4 Auswertung der Annahmekennlinie für Gut-Schlecht-Prüfung

Während bei der messenden Prüfung jedes Ergebnis quantitativ erfaßt wird und auch in die Beurteilung eingeht, fallen bei der

Gut-Schlecht-Prüfung (Attribut-Prüfung), bei der z. B. die Betonprobekörper nur bis zu einer festgelegten Grenze belastet und dann die versagenden Proben gezählt werden, nur qualitative Ergebnisse an. Wegen der geringeren Aussagekraft erfordert die Gut-Schlecht-Prüfung bei gleicher Annahmekennlinie daher einen größeren Stichprobenumfang als die messende Prüfung. Dies liegt daran, daß die messende Prüfung neben der Gut-Schlecht-Aussage auch noch angibt, wie gut bzw. wie schlecht diese Probe ist. Wird eine durch messende Prüfung gewonnene Stichprobe als Gut-Schlecht-Probe behandelt, so wird wertvolle Information verschenkt. Aus diesem Grund ist die Beurteilung einer durch messende Prüfung gewonnenen Stichprobe ausschließlich durch Gut-Schlecht-Prüfungsvorschriften nicht empfehlenswert.

Da die in DIN 1045 E vorgesehenen Kontrollen mit der Dreier-Stichprobe und mit der Zehner-Stichprobe (siehe Abschnitt 3.3) teilweise Gut-Schlecht-Prüfungen sind, wurde die in Abschnitt 5.2 vorgeschlagene Annahmekennlinie für Beton auch für die Gut-Schlecht-Prüfung nach V. Graf, H. J. Henning und K. Stange [8] ausgewertet. Die Ausrechnung ergab, daß nach der Gut-Schlecht-Prüfung höchstens 1,5 von 39 Proben Minderfestigkeiten aufweisen dürfen, wenn die Annahmekennlinien der Prüfpläne für messende Prüfung und für Gut-Schlecht-Prüfung übereinstimmen

Ausschnitt aus doppeltem Wahrscheinlichkeitsnetz nach K. Stange [17]

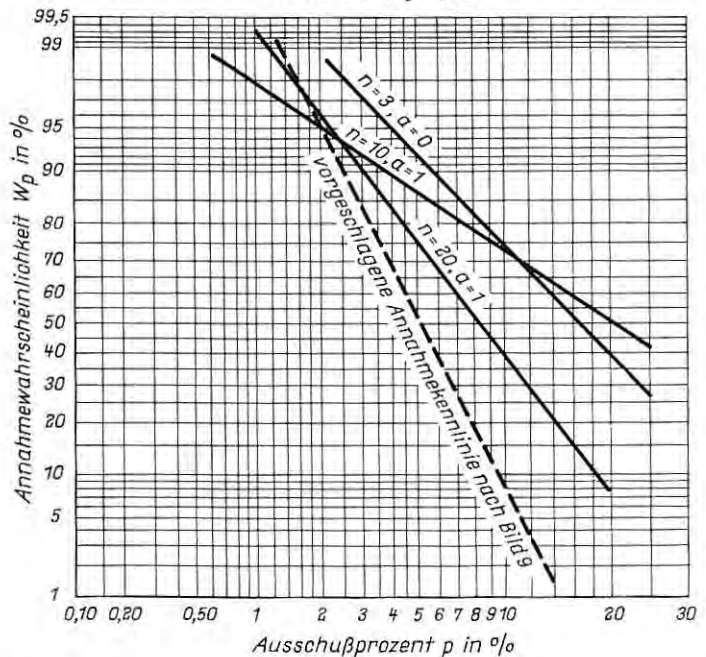


Bild 11. Annahmekennlinien für Gut-Schlecht-Prüfungen im Vergleich zur messende Prüfung vorgeschlagenen Annahmekennlinie

sollen. Da natürlich keine halben Proben feststellbar sind, bedeutet dies, daß durch Gut-Schlecht-Prüfung nicht jede Annahmekennlinie zu verwirklichen ist.

Schon die Prüfvorschrift, höchstens eine Minderfestigkeit auf 20 Proben zuzulassen, ergibt bei Gut-Schlecht-Prüfung eine erheblich weniger scharfe Kennlinie, als sie in Abschnitt 5.2 vorgeschlagen wurde. Zum besseren Erkennen dieses Zusammenhangs sind in Bild 11 die Annahmekennlinien für folgende Gut-Schlecht-Prüfungen

Stichprobenumfang $n = 3$, Minderfestigkeit $a = 0$
 Stichprobenumfang $n = 10$, Minderfestigkeit $a = 1$
 Stichprobenumfang $n = 20$, Minderfestigkeit $a = 1$

der in Abschnitt 5.2 vorgeschlagenen Annahmekennlinie gegenübergestellt. Diese Annahmekennlinien sind jedoch nicht identisch mit den Annahmekennlinien der in DIN 1045 E vorgesehenen Kontrollen mit der Dreier- bzw. Zehner-Stichprobe, da diesen Festlegungen weitere Informationen zugrunde liegen.

6. Anwendung bei Beurteilung von Betondruckfestigkeitsergebnissen auf der Grundlage von DIN 1045 E

Im folgenden wird auch an Hand von Beispielen erläutert, wie die Ergebnisse der Abschnitte 4 und 5 genutzt werden können und wie vorgegangen werden kann, wenn Druckfestigkeitsergebnisse auf der Grundlage von DIN 1045, Entwurf März 1968, beurteilt werden sollen.

6.1 Regelnachprüfung mit Dreier-Stichprobe

Nach DIN 1045 E ist immer zu prüfen, ob Mittelwert und Einzelwerte der Dreier-Stichprobe die Anforderungen (siehe Abschnitt 3.3) erfüllen. Tafel 6 enthält dazu ein Beispiel für die Kontrolle einer Betonfertigung aus Bn 450 mit einer Dreier-Stichprobe³⁾.

Daraus geht hervor, daß die Dreier-Stichprobe mit $\bar{\beta} = 507 \text{ kp/cm}^2$ die Anforderungen an den Mittelwert erfüllt, daß aber ein Einzel-

Tafel 6 Beispiel für eine Regelnachprüfung (Güteprüfung) einer Betonfertigung aus Bn 450 nach Abschnitt 6.1 (Stichprobe $n = 3$)

Einzelwerte der Druckfestigkeit β , (kp/cm^2)	525	560	435
Einzelwert größer oder gleich Nennfestigkeit?	ja	ja	nein
Schlechteanteil (Minderfestigkeiten) a			1
Anforderung der DIN 1045 E erfüllt?			nein
Mittelwert der Dreier-Stichprobe $\bar{\beta}$ (kp/cm^2)			507
Anforderung der DIN 1045 E erfüllt?			ja

³⁾ Hierzu ist allerdings anzumerken, daß nach DIN 1045 E für Bn 450 mindestens 6 Probekörper herzustellen sind und die Dreier-Stichprobe nur zulässig ist, wenn die drei fehlenden Proben der für Bn 450 mindestens geforderten zwei Serien von je drei Proben durch W/Z-Wert-Bestimmungen ersetzt werden.

wert ($\beta = 435 \text{ kp/cm}^2$) die Nennfestigkeit 450 kp/cm^2 unterschreitet. Die Gut-Schlecht-Prüfung ergibt also einen Schlechtanteil (Minderfestigkeiten) von $a = 1$. Da dies nicht zulässig ist, kann die zugehörige Betonfertigung zunächst *nicht* als normgerecht anerkannt werden. Ob sie tatsächlich nicht normgerecht ist, kann dann durch Prüfung einer größeren Stichprobe festgestellt werden (siehe Abschnitte 6.2 und 6.3).

6.2 Regelnachprüfungen mit größeren Stichproben

In vielen Fällen werden bei der Güteprüfung für den gleichen Beton mehr als drei Würfel zu prüfen sein. Solange der Stichprobenumfang $n < 10$ ist, gilt Abschnitt 6.1, jedoch mit der Maßgabe, daß die Anforderung an den Mittelwert von jedem möglichen Mittelwert aus drei aufeinanderfolgend entnommenen Proben (gleitender Mittelwert) erfüllt sein muß.

Bei Stichproben $n \geq 10$ darf nach DIN 1045 E eine von 10 aufeinanderfolgend aus verschiedenen Mischerfüllungen entnommen Proben die Nennfestigkeit um höchstens 20 % unterschreiten. Außerdem muß jeder mögliche Mittelwert von drei aufeinanderfolgend entnommenen Betonproben (gleitender Mittelwert) bei Bn 50 um mindestens 30 kp/cm^2 und bei den übrigen Festigkeitsklassen um mindestens 50 kp/cm^2 über der Nennfestigkeit liegen (siehe Abschnitt 3.3).

In Tafel 7 ist als Beispiel die Auswertung der auf 10 Proben erweiterten Dreier-Stichprobe des Beispiels von Abschnitt 6.1 angegeben. Daraus geht hervor, daß von den 8 möglichen Mittelwerten aus je 3 Proben (gleitender Mittelwert) ein Mittelwert mit $\beta = 463 \text{ kp/cm}^2$ die Anforderungen der DIN 1045 E nicht erfüllt. Außerdem unterschreiten auch zwei der 10 Einzelwerte ($\beta_1 = 435, 445 \text{ kp/cm}^2$) die Nennfestigkeit 450 kp/cm^2 , so daß die Gut-Schlecht-Prüfung einen Schlechtanteil $a = 2$ ergibt, während DIN 1045 E für je 10 aufeinanderfolgend entnommene Proben nur einen Schlechtanteil $a = 1$ gestattet.

Auch nach dieser erweiterten Prüfung kann die geprüfte Betonfertigung *nicht* als normgerecht bezeichnet werden. Hier kann nur noch ein genauere Hinweis mit Hilfe statistischer Auswertung weiterhelfen (siehe Abschnitt 6.3).

Tafel 7 Beispiel für eine Regelnachprüfung (Güteprüfung) einer Betonfertigung aus Bn 450 nach Abschnitt 6.2 (Stichprobe $n = 10$)

Einzelwerte der Druckfestigkeit β_i (kp/cm^2)	525	560	435	510	445	550	505	580	488	515
Einzelwert größer oder gleich Nennfestigkeit?	ja	ja	nein	ja	nein	ja	ja	ja	ja	ja
Einzelwert größer oder gleich 0,8fache Nennfestigkeit?	ja	ja	ja	ja	ja	ja	ja	ja	ja	ja
Schlechtanteil (Minderfestigkeiten) a										2
Anforderung der DIN 1045 E erfüllt?										nein
Mittelwert der Dreier-Stichproben β (kp/cm^2)	—	—	507	502	463	502	500	545	524	528
Werte größer oder gleich β_{gen} (DIN 1045 E)?	—	—	ja	ja	nein	ja	ja	ja	ja	ja
Anforderung der DIN 1045 E erfüllt?										nein

6.3 Nachweis mit Hilfe statistischer Auswertung (Annahmekennlinie)

Nach DIN 1045 E genügt bei statistischer Auswertung der Druckfestigkeitsergebnisse, die unter bestimmten Voraussetzungen für Großbaustellen, Beton- und Transportbetonwerke möglich ist, allein der Nachweis, daß die 5 %-Fraktile der der Stichprobe zugehörigen Grundgesamtheit die Nennfestigkeit der Festigkeitsklasse nicht unterschreitet. Eine statistische Auswertung der Druckfestigkeitsergebnisse ist jedoch immer angebracht, wenn die Anforderungen der DIN 1045 E bei der Regelnachprüfung nach den Abschnitten 6.1 und 6.2 nicht erfüllt worden sind, die statistische Auswertung größerer Stichproben aber Aussicht auf Erfolg verspricht, oder wenn dem Betonhersteller die den Verfahren nach 6.1 und 6.2 zugrunde liegende Vorinformation (Standardabweichung σ und Mittelwert μ) zu ungünstig ist, d. h. wenn der von ihm hergestellte Beton sehr gleichmäßig ist.

Dieser Nachweis erfordert jedoch einen wesentlich größeren Stichprobenumfang. Reichen die im Rahmen der Güteprüfung entnommenen Betonproben für diesen Nachweis nicht aus und ist die Betonherstellung für den betreffenden Bauteil abgeschlossen, so daß weitere Proben aus der laufenden Betonherstellung nicht mehr entnommen werden können, so kann dieser Nachweis auch unter Einbeziehen von Proben geführt werden, die aus dem Bauteil entnommen wurden. Dabei ist jedoch zu berücksichtigen, daß die Druckfestigkeit des Betons aus dem Bauteil nicht mit der bei der Güteprüfung ermittelten Druckfestigkeit identisch zu sein braucht (Einflußgrößen siehe Abschnitt 1).

Der statistische Nachweis ist bei einem Stichprobenumfang $n = 15$ nach dem Verfahren gemäß Abschnitt 4.2 (Beispiel siehe Abschnitt 6.3.1) und bei einem Stichprobenumfang $n = 35$ nach dem Verfahren gemäß Abschnitt 4.3 (Beispiel siehe Abschnitt 6.3.2) zu führen. Beiden Verfahren liegt die Annahmekennlinie nach Abschnitt 5.2 und Bild 9 und ihre Auswertung nach Abschnitt 5.3 zugrunde. Beide Nachweise können auch mit anderen Stichprobenumfängen als $n_{\sigma} = 15$ bzw. $n_s = 35$ geführt werden (siehe Abschnitt 5.3 sowie Bild 10 und Tafel 5). Ein größerer Stichprobenumfang bringt jedoch im allgemeinen keine weitergehende und nutzbare Aussage, eine wesentlich kleinere Stichprobe ist in der Regel wegen des zu kleinen Vorhaltemaßes unbrauchbar.

6.3.1 Nachweis bei Stichproben mit $n = 15$

Nach den Abschnitten 4.2 und 5.3 (Formel 18) ist bei Stichproben mit $n = 15$ folgender Nachweis zu führen:

$$\beta_n = \bar{\beta} - 1,64 \cdot \sigma \geq B_n \text{ (Nennfestigkeit)} \quad (20)$$

$\bar{\beta}$ ist der Druckfestigkeitsmittelwert der Stichprobe mit $n = 15$.

Nach den Überlegungen des Abschnittes 3.3 kann als Standardabweichung für $B_n 50$ $\sigma = 40 \text{ kp/cm}^2$ und für die Festigkeitsklassen $B_n 100$ und höher $\sigma = 70 \text{ kp/cm}^2$ eingesetzt werden.

Tafel 8 enthält dazu ein Beispiel für die Kontrolle derselben Betonfestigkeit aus $B_n 450$ wie in den Abschnitten 6.1 und 6.2.

Tafel 8 Beispiel für den statistischen Nachweis einer Betonfertigung aus Bn 450 nach Abschnitt 6.3.1 (Stichprobe n = 15)

Einzelwerte der Druckfestigkeit B_i (kp/cm ²)	525	560	435	510	445	550	515	515	525	540	520	490
Mittelwert der Stichprobe $\bar{\beta}$ (kp/cm ²)												514
Standardabweichung der Stichprobe s (kp/cm ²)												39

die Stichprobe wurde durch weitere Probenahme aus der laufenden Betonherstellung lediglich auf $n = 15$ ergänzt. Setzt man nun den Mittelwert der Stichprobe $\bar{\beta} = 514$ kp/cm² (siehe Tafel 8) und die vorgegebene, auf der sicheren Seite liegende Standardabweichung $\sigma = 70$ kp/cm² (siehe Abschnitt 3.3) in Formel 20 ein, so ergibt sich

$$\beta_{11} = 514 - 1,64 \cdot 70 = 399 < B_n = 450 \quad (21)$$

Der sich bei diesem Nachweis ergebende Wert $\beta_{11} = 399$ kp/cm² liegt unterhalb der Nennfestigkeit. Die dieser Stichprobe zugehörige Betonfertigung (Grundgesamtheit) kann daher auch nach dieser Prüfung *nicht* als normgerecht anerkannt werden. Aufgrund der bei der Stichprobe $n = 15$ festgestellten kleinen Standardabweichung von $s = 39$ kp/cm² (siehe Tafel 8) besteht jedoch die Aussicht, daß die Standardabweichung der zugehörigen Grundgesamtheit wesentlich kleiner als der vorgegebene Wert $\sigma = 70$ kp/cm² ist. Es erscheint daher möglich, daß der Nachweis der Normgerechtheit der vorliegenden Betonfertigung nach Abschnitt 6.3.2 mit einer größeren Stichprobe ($n = 35$) gelingt. Ob eine Weiterprüfung mit einer größeren Stichprobe trotz einer gewissen Aussicht auf Erfolg sinnvoll ist, kann nur im Einzelfall unter Berücksichtigung der Gesamtzusammenhänge (Möglichkeit weiterer Probenentnahme aus laufender Betonherstellung bzw. aus Bauwerk sowie ggf. Querschnittsschwächung des Bauteils, Prüfkosten usw.) beurteilt werden.

6.3.2 Nachweis bei Stichproben mit $n = 35$

Nach den Abschnitten 4.3 und 5.3 (Formel 19) ist bei Stichproben mit $n = 35$ folgender Nachweis zu führen:

$$\beta_{11} = \bar{\beta} - 1,64 \cdot s \geq B_n \text{ (Nennfestigkeit)} \quad (22)$$

$\bar{\beta}$ ist der Druckfestigkeitsmittelwert, und s ist die Standardabweichung der Stichprobe mit $n = 35$.

Tafel 9 Beispiel für den statistischen Nachweis einer Betonfertigung aus Bn 450 nach Abschnitt 6.3.2 (Stichprobe n = 35)

Einzelwerte der Druckfestigkeit B_i (kp/cm ²)	525	560	435	510	445	550	505	580	488	515	515	525	540	520	490	445	540	505	425	545	505	500	570	485	458	530	500	570	560	473	555	470	465	510	490
Mittelwert der Stichprobe $\bar{\beta}$ (kp/cm ²)																												508							
Standardabweichung der Stichprobe s (kp/cm ²)																												42							

Tafel 10 Beispiel für den statistischen Nachweis einer Betonfertigung aus Bn 450 nach Abschnitt 6.3.2 (Stichprobe n = 50)

	525	560	435	510	445	550	505	580	488	515
Einzelwerte der	515	525	540	520	490	445	540	505	425	545
Druckfestigkeit β_i (kp/cm ²)	505	500	570	485	458	530	500	570	560	473
	555	470	465	510	490	495	580	525	480	465
	485	535	490	500	470	550	395	545	460	515
Mittelwert der Stichprobe $\bar{\beta}$ (kp/cm ²)										506
Standardabweichung der Stichprobe s (kp/cm ²)										45

Tafel 9 enthält ein Beispiel aus derselben Betonfertigung (Bn 450) wie in Abschnitt 6.3.1, der Stichprobenumfang wurde durch weitere Probenahme aus der laufenden Betonherstellung lediglich auf n = 35 ergänzt. Setzt man den Mittelwert $\bar{\beta} = 508$ kp/cm² und die Standardabweichung s = 42 kp/cm² der Stichprobe (siehe Tafel 9) in Formel 22 ein, so ergibt sich

$$\beta_u = 508 - 1,64 \cdot 42 = 439 < B_n = 450 \quad (23)$$

Auch der bei diesem Nachweis erhaltene Wert $\beta_u = 439$ kp/cm² liegt unterhalb der Nennfestigkeit, so daß die dieser Stichprobe zugehörige Betonfertigung auch nach dieser Prüfung *nicht* als normgerecht anerkannt werden kann.

Da die Unterschreitung der Nennfestigkeit sehr gering ist, wurde der gleiche Nachweis ausnahmsweise auch noch einmal für die durch weitere Probenahme aus der laufenden Betonherstellung auf n = 50 erweiterte Stichprobe durchgeführt. Einzelwerte β_i , Mittelwert $\bar{\beta}$ und Standardabweichung s dieser Stichprobe sind in Tafel 10 angegeben. Setzt man die Kennwerte dieser Stichprobe und anstelle 1,64 den Annahmefaktor $k_s = 1,59$ (siehe Tafel 5 für $n_s = 50$) ein, so ergibt sich

$$\beta_u = 506 - 1,59 \cdot 45 = 434 < B_n = 450 \quad (24)$$

Auch der Wert $\beta_u = 434$ kp/cm² liegt unterhalb von B_n. Der Nachweis zeigt, daß die Vergrößerung des Stichprobenumfanges über n = 35 hier nichts mehr bringt. Sie dürfte auch in der Regel nicht sinnvoll sein, da die Vertrauensbereiche für $\bar{\beta}$ und s dann schon relativ klein sind und sich auch der Annahmefaktor nicht mehr wesentlich verringert. Für das letzte Beispiel mit der Stichprobe n = 50 ergeben sich bei einer Sicherheit von $S = 1 - \alpha = 90\%$ folgende Vertrauensbereiche für

$$\begin{array}{l} \text{Mittelwert:} \quad 496 \leq \mu \leq 515 \\ \text{Standardabweichung:} \quad 39 \leq \sigma \leq 54 \end{array}$$

7. Schlußfolgerungen

Der vorliegende Bericht gibt einen Überblick über die Möglichkeiten der Beurteilung von Festigkeitsergebnissen der Betonprüfung und ihre Anwendung im Hinblick auf die zu erwartende Neufassung der DIN 1045. Die für die Güteprüfung brauchbaren Nachweise sind noch einmal in Tafel 11 zusammengefaßt (Beispiele siehe Abschnitt 6).

Tafel 11 Zusammenstellung der bei der Qualitätskontrolle von Beton (Güteprüfung und Prüfung des Bauwerkbetons) möglichen Nachweise auf der Grundlage von DIN 1045 E

Art des Nachweises	Kurzbeschreibung	Stichprobenumfang	Verfahren und Beispiel in	Abnahmebedingung	Anwendung
Regel-nachprüfung	Berechnung des Stichprobenmittelwerts $\bar{\beta}$ und Bestimmung des Schlechanteils a (Minderfestigkeiten)	$n = 3$	Abschnitt 6.1	$\bar{\beta} \geq \beta_{\text{w,m}}$ (für gleitendes $n=3$ bei $n > 3$)	allgemein $n \leq 3$
		$n = 10$	Abschnitt 6.2	$\beta \geq B_n$ $a = 0$ für gleitendes $n=3$	
Statistischer Nachweis mit Annahmekennlinie	Nachweis mit Stichprobenmittelwert $\bar{\beta}$ und vorgegebener Standardabweichung s der Grundgesamtheit	$n = 10$	Abschnitt 6.3.1	$\bar{\beta} \geq \beta_{\text{w,m}}$ (für gleitendes $n=3$)	allgemein $n \leq 10$
		$n = 15$		$\beta \geq B_n$, jedoch $a = 1$ für gleitendes $n=10$	
Statistischer Nachweis mit Annahmekennlinie	Nachweis mit Stichprobenmittelwert $\bar{\beta}$ und Standardabweichung s der Stichprobe	$n = 15$	Abschnitt 6.3.1	$\beta - 1,64 s \geq B_n$ (für gleitendes $n = 15$ bei $n > 15$)	Wenn Anforderung bei Regelnachprüfung nicht erfüllt oder wenn Betonherstellung sehr gleichmäßig, so daß Regelnachprüfung unwirtschaftlich
		$n = 35$	Abschnitt 6.3.2	$\bar{\beta} - 1,64 s \geq B_n$ (für gleitendes $n = 35$ bei $n > 35$)	

) der Nachweis mit Annahmekennlinien kann auch mit anderem Probenumfang durchgeführt werden, dann ändert sich jedoch der Annahmefaktor (siehe Abschnitt 6.3 und Tafel 5)

Aufgrund von Stichproben-Untersuchungen sind exakte und vergleichbare Aussagen über eine Betonfertigung im Grunde nur mit Hilfe einer statistischen Auswertung möglich. Die in DIN 1045, Entwurf März 1968, mit der Dreier- bzw. Zehner-Stichprobe vorgesehene Nachprüfung ohne statistische Auswertung ist trotzdem als Kontrolle der Betonfertigung geeignet, solange die Anforderungen der Norm erfüllt werden, da der DIN 1045 E weitere sog. Vorinformationen über Mittelwert und Standardabweichung der Druckfestigkeit der Grundgesamtheit sowie aufgrund weiterer technologischer und prüftechnischer Festlegungen bereits zugrunde liegen.

Der nach DIN 1045 E für Großbaustellen sowie Beton- und Transportbetonwerke mögliche Nachweis mit Hilfe statistischer Auswertung ist immer angebracht, wenn die Anforderungen für die Dreier- bzw. Zehner-Stichproben ohne statistische Auswertung nicht erfüllt worden sind, die statistische Auswertung größerer Stichproben aber Aussicht auf Erfolg verspricht, oder wenn eine Betonherstellung so gleichmäßig ist, daß die den Festlegungen der Tabelle 1 der DIN 1045 E zugrunde liegenden Kennwerte (Standardabweichung σ und Mittelwert μ , siehe Abschnitt 3.3) für sie zu ungünstig sind. Der statistische Nachweis kann an Proben für die Güteprüfung, aber bei Berücksichtigung zusätzlicher Einflußgrößen (siehe Abschnitt 1) auch an aus dem Bauwerk entnommenen Proben geführt werden.

Die Forderung der DIN 1045 E, daß bei statistischer Auswertung die 5%-Fraktile die Nennfestigkeit der Festigkeitsklassen nicht unterschreiten darf, sollte die Rahmenforderung für die Betonfertigung (Grundgesamtheit) sein. Für die statistische Auswertung von Festigkeitsergebnissen der Betonprüfung und die Beantwortung der Frage, wann eine Betonfertigung aufgrund einer statistischen Auswertung einer Stichprobenuntersuchung als normgerecht angesehen werden kann, wurden zwei Verfahren vorgeschlagen (Abschnitte 6.3.1 und 6.3.2), denen eine Annahmekennlinie für Beton zugrunde liegt. Nach Abwägung der technischen Möglichkeiten sowie der Bausicherheit und der für Hersteller und Abnehmer vertretbaren Risiken wurde für die statistische Auswertung von Festigkeitsergebnissen der Betonprüfung die Annahmekennlinie des Bildes 9 vorgeschlagen.

Zusammenstellung der wichtigsten Formelzeichen

- B_n = Nennfestigkeit der Betonfestigkeitsklasse (Betongüte)
- β_{w25} = Mindestwert für die Festigkeit jeder Probe nach DIN 1045, Entwurf März 1968, Tabelle 1
- β_{wm} = Mindestfestigkeit für den Mittelwert einer Serie von 3 Proben nach DIN 1045, Entwurf März 1968, Tabelle 1
- $\beta_{5\%/s}$ = Festigkeitswert an der 5 %-Fraktile einer Grundgesamtheit
- β_u = Untere Grenze des Zufallbereichs bzw. Abnahmefestigkeit
- β_i = Festigkeitseinzelwerte einer Stichprobe
- $\bar{\beta}$ = Festigkeitsmittelwert einer Stichprobe
- μ = Festigkeitsmittelwert einer Grundgesamtheit
- σ = Standardabweichung einer Grundgesamtheit
- s = Standardabweichung einer Stichprobe
- s_m = Qualitätsstreuung, ausgedrückt als Standardabweichung
- s_p = Prüfstreuung, ausgedrückt als Standardabweichung
- s^2 = Varianz einer Stichprobe
- s_m^2 = Qualitätsstreuung, ausgedrückt als Varianz
- s_p^2 = Prüfstreuung, ausgedrückt als Varianz
- γ = Variationszahl (Variationskoeffizient) einer Grundgesamtheit
- v = Variationszahl (Variationskoeffizient) einer Stichprobe
- n = Umfang einer Stichprobe
- n_σ = Stichprobenumfang für eine Annahmekennlinie bei Vorgabe der Standardabweichung σ
- n_s = Stichprobenumfang für eine Annahmekennlinie bei Berücksichtigung der Standardabweichung s der Stichprobe
- k = Annahmefaktor für eine Annahmekennlinie
- k_σ = Annahmefaktor für eine Annahmekennlinie bei Vorgabe der Standardabweichung σ
- k_s = Annahmefaktor für eine Annahmekennlinie bei Berücksichtigung der Standardabweichung s
- k_T = Annahmefaktor für eine Abnahmebedingung mit großer statistischer Sicherheit
- p = Anteil der Festigkeitswerte unterhalb der Nennfestigkeit bei einer Grundgesamtheit (Schlechtanteil der Grundgesamtheit, Ausschußprozent)
- p_0 = Grenzwert des Schlechtanteils zwischen guten und schlechten Betonherstellungen
- a = Anteil der Festigkeitswerte unterhalb der Nennfestigkeit bei einer Stichprobe (Schlechtanteil der Stichprobe)
- W_p = Annahmewahrscheinlichkeit für eine Betonherstellung
- S = Statistische Sicherheit einer Aussage
- α = Risiko des Herstellers (Fehler 1. Art)
- β = Risiko des Abnehmers (Fehler 2. Art)

SCHRIFTTUM

- [1] Comité Européen du Béton (C.E.B.): Empfehlungen zur Berechnung und Ausführung von Stahlbetonbauwerken. 2. Auflage, herausgegeben vom Deutschen Beton-Verein. Werner-Verlag, Düsseldorf 1966, S. 104/105.
- [2] ACI Standard 301-66: Specifications for structural concrete for buildings. ACI Manual of Concrete Practice, Part 2, Detroit 1967; ebenso Proc. Amer. Concr. Inst. 63 (1966) S. 161/218 und S. 729/730.
- [3] DIN 1045, Entwurf März 1968: Beton- und Stahlbetonbau, Bemessung und Ausführung.
- [4] Blaut, H.: Statistische Verfahren für die Gütesicherung von Beton. Bauverlag, Wiesbaden 1968.
- [5] Smirnow, N. W., und I. W. Dunin-Barkowski: Mathematische Statistik in der Technik. VEB-Verlag der Wissenschaften, Berlin 1963.
- [6] Kreyszig, E.: Statistische Methoden und ihre Anwendung. 3. Auflage, Verlag Vandenhoeck u. Ruprecht, Göttingen 1968.
- [7] Linder, A.: Statistische Methoden. 4. Auflage, Birkhäuser-Verlag, Basel/Stuttgart 1964.
- [8] Graf, V., H. J. Henning und K. Stange: Formeln und Tabellen der mathematischen Statistik. 2. Auflage, Springer-Verlag, Berlin/Göttingen/Heidelberg 1966.
- [9] Bonzel, J., und J. Dahms: Über die Bedeutung der statistischen Qualitätskontrolle bei Beton. beton 14 (1964) H. 10, S. 429/436; ebenso Beton-technische Berichte 1964, Beton-Verlag, Düsseldorf 1965, S. 187/205.
- [10] Sell, R.: Statistische Festigkeitsbeurteilung bei Beton. Zement-Taschenbuch 1962. Bauverlag, Wiesbaden 1961, S. 359/395.
- [11] ACI Standard 214-65: Recommended practice for evaluation of compression test results of field concrete. ACI Manual of Concrete Practice, Part 1, Detroit 1967; ebenso Proc. Amer. Concr. Inst. 61 (1964) S. 1057/1072 und 62 (1965) S. 273.
- [12] Rüsçh, H.: Der Einfluß der Streuung bei der Betonkontrolle. Der Bauingenieur 37 (1962) H. 10, S. 373/377.
- [13] Rüsçh, H.: Zur statistischen Qualitätskontrolle des Betons. Materialprüfung 6 (1964) Nr. 11, S. 387/394.
- [14] Owen, D. B.: Handbook of Statistical Tables. Addison-Wesley-Verlag, London 1962.
- [15] Rehm, G., und H. Rehm: Statistische Methoden bei der Qualitätskontrolle von Bewehrungsstählen. Betonstein-Zeitung 35 (1969) H. 6, S. 309/318, und H. 7, S. 383/386.
- [16] Rehm, G., und H. Rehm: Zur Frage der Prüfregelelungen bei der Qualitätskontrolle von Bewehrungsstählen. Betonstein-Zeitung 36 (1969) H. 3, S. 161/167.
- [17] Stange, K.: Stichprobenpläne für messende Prüfung, Aufstellung und Handhabung mit Hilfe des doppelten Wahrscheinlichkeitsnetzes. ASQ/AWF 5, Beuth-Vertrieb, Köln.
- [18] Stange, K.: Statistische Verfahren im Betrieb zur Überwachung, Prüfung und Verbesserung der Qualität. Allgemeines Statistisches Archiv 1, Bd. 49, 1965.