

Über die Bedeutung der statistischen Qualitätskontrolle bei Beton *)

Von Justus Bonzel und Jürgen Dahms, Düsseldorf

Übersicht

Mit einer statistischen Auswertung der Prüfergebnisse kann auch Beton umfassender beurteilt werden als mit dem bisher üblichen Auswertverfahren. Dies ist im allgemeinen jedoch nur sinnvoll, wenn das Ergebnis der Auswertung wie auf Großbaustellen und in stationären Betrieben genutzt werden kann.

Bei Güte- und Überwachungsprüfungen, deren Probekörper für größere Aussagekraft der Ergebnisse stets aus verschiedenen Mischerfüllungen herzustellen sind, sollte die geforderte Festigkeit von einem Grenzwert der Häufigkeitsverteilung, z. B. der 5%-Fraktile der Prüfergebnisse, erreicht werden. Nur dann ist die Voraussetzung dafür gegeben, daß die Sollfestigkeit auch nahezu überall vorhanden sein kann. Diese Bedingung war nur bei rund 60% der untersuchten Baustellen und Transportbetonwerke erfüllt. Die Standardabweichung der Prüfergebnisse, die für Druckfestigkeiten von 200 bis 600 kp/cm² bei guter Betonherstellung etwa unterhalb 45 bis 60 kp/cm² bleibt (vgl. Tafel 3), lag insgesamt zwischen 28 und 98 kp/cm². Die Gleichmäßigkeit des Betons dürfte demnach bei einigen Baustellen und Transportbetonwerken noch wesentlich zu verbessern sein.

Da der Variationskoeffizient mit wachsendem Mittelwert erheblich abnimmt, kann beim Vergleich verschiedener Betongüten nicht von gleichem Variationskoeffizienten ausgegangen werden.

1. Allgemeines

Die Eigenschaften des Betons werden durch fachgerechte Herstellung gewährleistet und durch ein Prüfverfahren festgelegt und überwacht. Das Prüfverfahren muß reproduzierbar sein und die praktischen Bedingungen nachahmen. Bei Beton werden nach DIN 1048 Eignungs-, Güte- und Erhärtungsprüfungen unterschieden. Als Beispiel wird im folgenden vorwiegend die wichtigste Eigenschaft des Betons, die Druckfestigkeit, betrachtet.

*) Nach einem Vortrag von J. Bonzel auf der Jahreshauptversammlung des Vereins Deutscher Transportbetonwerke und des Güteschutzverbandes Transportbeton am 14. 5. 1964 in Köln.

Die Betongüte ist z. Z. gekennzeichnet durch die mittlere Druckfestigkeit von drei 20 cm-Würfeln nach 7tägiger Feucht- und 21tägiger Luftlagerung bei 15 bis 22 °C. Einzelwerte dürfen den Sollwert bis zu 15 % unterschreiten. Nach DIN 1045 § 6.3 sind je 200 bzw. 500 m³ Beton, mindestens aber bei jedem Bauwerk, drei Würfel zu prüfen. Die drei zusammengehörenden Würfel werden im allgemeinen einer Mischerfüllung entnommen, wodurch die Aussagekraft der Ergebnisse zwar für die geprüfte Mischerfüllung groß, aber für den insgesamt hergestellten Beton gering ist. — Neben der zerstörenden Druckprüfung wird Beton auch zerstörungsfrei geprüft (vgl. DIN 4240). Die dabei anfallenden Ergebnisse werden auf statistischer Grundlage ausgewertet.

Durch die oft unterschiedliche Anzahl und Aussagekraft der Prüfergebnisse und bei Vorliegen von Ergebnissen verschiedener Prüf- und Auswertverfahren wird in jüngerer Zeit zunehmend nach der Gleichwertigkeit und der Vergleichbarkeit der Ergebnisse und nach der tatsächlich erreichten Güte gefragt. Diese Fragen können oft nicht ohne weiteres beantwortet werden. Für viele Vergleiche und einheitliche Auswertungen bieten sich jedoch die statistischen Methoden der Mathematik an. Mit Hilfe von Wahrscheinlichkeitsrechnungen kann man allerdings nur die Streuung einer größeren Anzahl von Prüfwerten feststellen. Dadurch erhält man einen genaueren Aufschluß über die mit einer bestimmten Wahrscheinlichkeit erreichte Eigenschaft. Über die statistische Auswertung von Prüfergebnissen bei Beton wurde bereits wiederholt berichtet, vgl. u.a. [1 bis 7]. Im folgenden soll auf die besondere Bedeutung einiger statistischer Kennwerte für die Beurteilung der Betonherstellung und auf die bei sehr verschiedener Betonherstellung sich in der Praxis einstellenden Festigkeitsschwankungen eingegangen werden.

2. Grundlagen der Statistik

Werden bei laufender Herstellung gleichen Betons in angemessenen Abständen Probewürfel angefertigt und geprüft, so ergeben sich nicht gleiche, sondern mehr oder weniger voneinander abweichende Druckfestigkeiten. Bei sehr vielen Einzelwerten nähert sich ihre Verteilung dem mathematischen Modell der Normalverteilung, der sogenannten Gaußschen Glockenkurve (vgl. Bild 1). Eine genügend große Gruppe vergleichbarer Einzelwerte bezeichnet man als Kollektiv, bei unendlich vielen Werten spricht man von der Grundgesamtheit, worunter man die Gesamtheit aller denkbaren Beobachtungen gleicher Art versteht. Die Kurve der Häufigkeitsverteilung ist meist symmetrisch und hat ein Maximum, wenn ein Kollektiv vorliegt. Eine Auswertung ist jedoch auch bei Vorhandensein mehrerer Maxima möglich [8].

Die für die statistische Auswertung eines Kollektivs (größere Zahl vergleichbarer Einzelwerte der Druckfestigkeit W) wichtigsten Größen, die auf das Verhalten der Grundgesamtheit schließen lassen, errechnen sich nach den Gleichungen (1) bis (5):

$$\text{Mittelwert:} \quad W_m = \frac{\sum W_i}{n} \quad [\text{kp/cm}^2] \quad (1)$$

$$\text{Standardabweichung: } s = \sqrt{\frac{\sum (W_m - W_i)^2}{n - 1}} \quad [\text{kp/cm}^2] \quad (2)$$

$$\text{Variationskoeffizient: } v = \frac{s}{W_m} \cdot 100 \quad [\%] \quad (3)$$

$$\text{Mindestfestigkeit: } W_{\min} = W_m - t \cdot s \quad [\text{kp/cm}^2] \quad (4)$$

$$\text{Vertrauensbereich des Mittelwertes: } b = \pm t \cdot \frac{s}{\sqrt{n}} \quad [\text{kp/cm}^2] \quad (5)$$

Die Bezeichnungen der Gleichungen (1) bis (5) entsprechen im wesentlichen den Angaben von DIN 1319 – Grundbegriffe der Meßtechnik – und DIN 55 302 – Statistische Auswertungsverfahren –. Nicht aufgeführt wurden die Bezeichnungen für den Sonderfall unendlich vieler Werte.

Der Mittelwert W_m ist das arithmetische Mittel der Einzelwerte W_i , vgl. Gleichung (1), die Standardabweichung s die mittlere quadratische Abweichung der Einzelwerte vom Mittelwert, vgl. Gleichung (2). Die Standardabweichung kennzeichnet den Abstand zwischen dem Mittelwert W_m und den Festigkeiten an den beiden Wendepunkten der Gaußschen Glockenkurve (vgl. Bild 2) und die Streuung der Einzelwerte. Rund 68 % aller Einzelwerte liegen im Bereich $W_m \pm s$. Zur Kennzeichnung der Streuung wird auch die Varianz, das Quadrat der Standardabweichung, oder der Variationskoeffizient v , vgl. Gleichung (3), angegeben.

Die Mindestfestigkeit W_{\min} – auch Ausfallwahrscheinlichkeit oder Fraktile genannt – wird nur von einer begrenzten Zahl von Einzelwerten unterschritten. Die Zahl der Unterschreitungen hängt von der gewählten bzw. vorgegebenen statistischen Sicherheit ab. In Bild 2 sind die 0,1 %-, die 2,3 %-, die 5 %- und die 15,9 %-Fraktile eingetragen. Für den Bereich der Betonanwendung dürfte

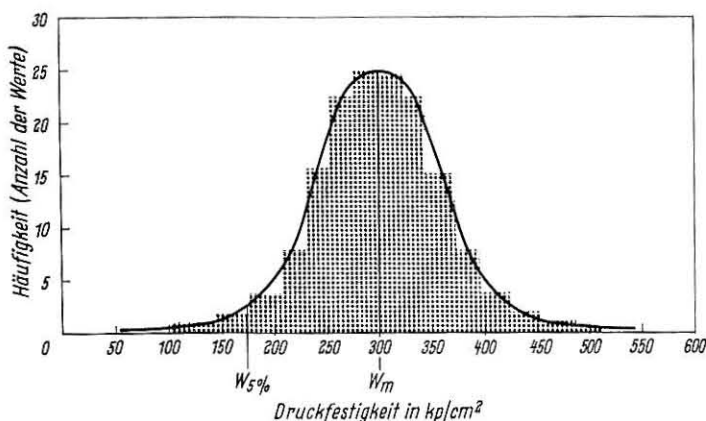


Bild 1 Verteilung von Prüfergebnissen

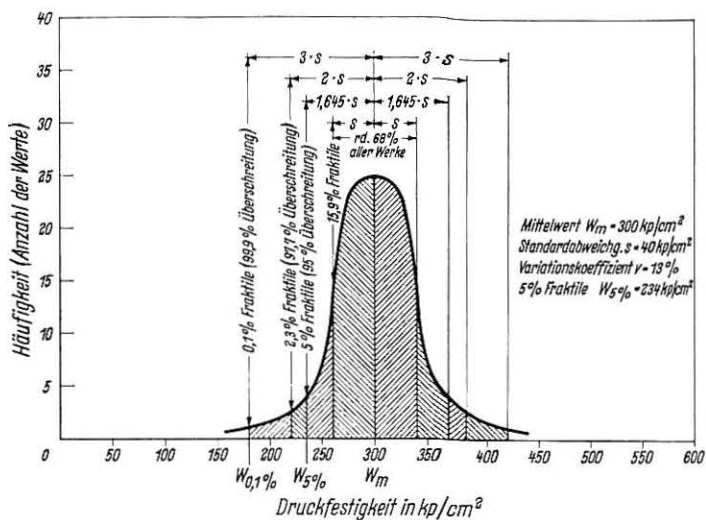


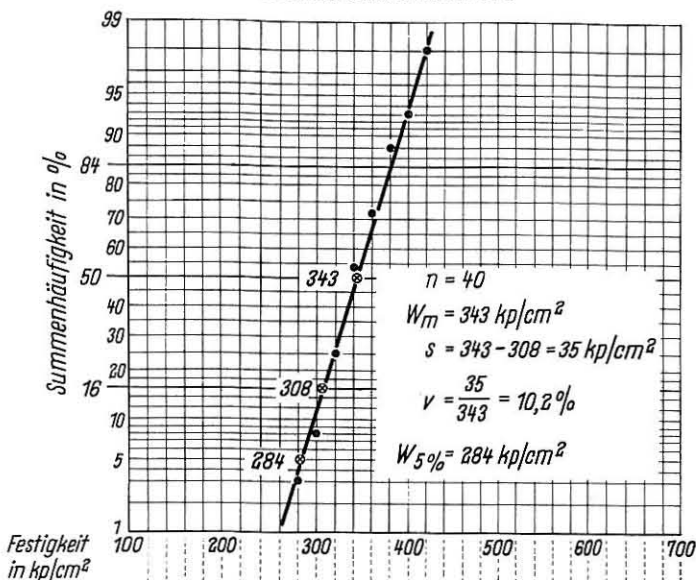
Bild 2 Statistische Auswertung von Prüfergebnissen einer Baustelle

Tafel 1 Verteilungszahlen t [10, 11]

Stichproben n	Anzahl der		Verteilungszahl bei einer unteren Ausfallwahrscheinlichkeit von 5 %
	Freiheitsgrade n - 1		
2	1	6,314	
3	2	2,920	
4	3	2,353	
5	4	2,132	
6	5	2,015	
7	6	1,943	
8	7	1,895	
9	8	1,860	
10	9	1,833	
12	11	1,796	
14	13	1,771	
16	15	1,753	
18	17	1,740	
20	19	1,729	
25	24	1,711	
30	29	1,699	
∞	∞	1,645	

als untere Grenze die 5 %-Fraktile ausreichend sein. Sie wird von 5 % aller Werte unterschritten, von 95 % überschritten. Ihr entspricht statistisch auch eine 5 %-Fraktile oberhalb des Mittelwertes, die aber für die Beurteilung der Sicherheit im allgemeinen keine Bedeutung hat. Bei Errechnung von W_{\min} , vgl. Gleichung (4), berücksichtigt der Faktor t , der mit wachsender Anzahl der Einzelwerte und der zugelassenen Ausfallwerte abnimmt (vgl. Tafel 1), den Fehler, der sich durch die statistische Auswertung einer be-

Wahrscheinlichkeitsnetz



Summenhäufigkeit in %		3	8	25	53	72	88	93	98	100																					
Summenhäufigkeit		1	3	10	21	29	35	37	39	40																					
Häufigkeit		1	2	7	11	8	6	2	2	1																					
Häufigkeitsdiagramm	10								X																						
	5					X	X	X	X	X	X																				
Festigkeitsklassen in kp/cm²		107-120	121-140	141-160	161-180	181-200	201-220	221-240	241-260	261-280	281-300	301-320	321-340	341-360	361-380	381-400	401-420	421-440	441-460	461-480	481-500	501-520	521-540	541-560	561-580	581-600	601-620	621-640	641-660	661-680	681-700

Bild 3 Statistische Auswertung von Festigkeitsergebnissen (graphisch) nach einem Vorschlag von H. Rüsç [12]

grenzten Anzahl von Einzelwerten ergibt. Der Mittelwert einer begrenzten Anzahl von Einzelwerten fällt im allgemeinen nicht mit dem statistischen Mittel zusammen, er über- oder unterschreitet es. Der sich dadurch ergebende Vertrauensbereich des Mittelwertes wird mit wachsender Anzahl der Einzelwerte und mit abnehmender Standardabweichung kleiner, vgl. Gleichung (5), und ist bei unendlich vielen Werten gleich Null. Nach H. Rüsck [9] ergibt sich bereits ein befriedigend genauer Mittelwert aus zehn vergleichbaren Einzelwerten (vgl. auch Abschnitt 3.3).

Die Grundbegriffe sind in Bild 2 an einem Beton mit einer mittleren Druckfestigkeit von 300 kp/cm² nochmals erläutert. Der erhebliche Rechenaufwand der statistischen Auswertung wird umgangen, wenn die Ergebnisse mit geeigneten Formblättern graphisch ausgewertet werden, da die Summenhäufigkeit der Ergebnisse, sofern sie in Abhängigkeit von bestimmten Festigkeitsklassen in ein Wahrscheinlichkeitsnetz eingetragen wird, eine Gerade ergibt (vgl. Bild 3). Die Festigkeitsklassen dürfen in gewissen Grenzen frei gewählt werden; doch können sich bei zu vielen schmalen Festigkeitsklassen einige unbesetzte und bei zu wenigen breiten zu starke Anhäufungen ergeben. Da beide Fälle die Häufigkeitsverteilung u.U. nicht mehr erkennen lassen, sollte im allgemeinen nach R. Sell [8] die Anzahl der Festigkeitsklassen zwischen Kleinst- und Größtwert etwa gleich der Quadratwurzel aus der Anzahl der Einzelwerte und nach DIN 55 302 die Klassenbreite kleiner als das 0,6fache der Standardabweichung sein.

3. Die Bedeutung der statistischen Grundbegriffe

3.1 Allgemeine Beurteilung der Betonherstellung

Zur Zeit wird die Druckfestigkeit des Betons vorwiegend am Mittelwert der Prüfergebnisse von drei aus einer Mischung hergestellten Würfeln beurteilt (vgl. DIN 1045 § 6.3). Die Aussage-

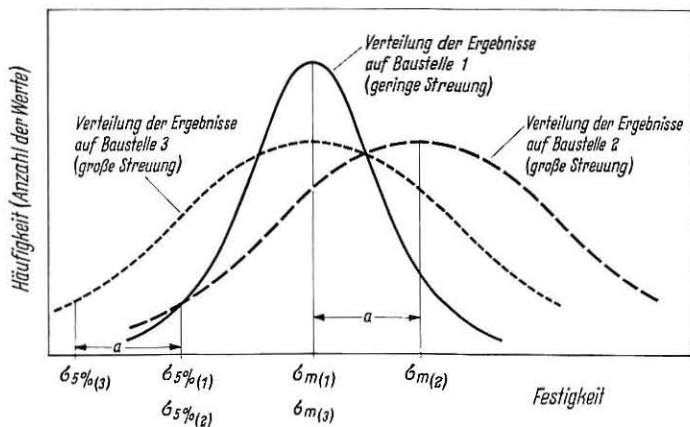


Bild 4 Verteilung der Prüfergebnisse auf drei verschiedenen Baustellen

kraft dieser Mittelwerte ist für den insgesamt hergestellten Beton oft gering oder sehr unterschiedlich.

Bild 4 gibt das angenommene Ergebnis der statistischen Auswertung zahlreicher Einzelwerte von drei verschiedenen Baustellen für den gleichen Beton wieder. Danach ist die Streuung auf Baustelle 1 gering und auf den Baustellen 2 und 3 groß, aber gleich. Der Festigkeitsmittelwert ist bei den Baustellen 1 und 3 gleich, bei Baustelle 2 um den Betrag a größer. Die 5%-Fraktile ist bei den Baustellen 1 und 2 gleich, bei Baustelle 3 um den Betrag a kleiner.

Bei Betrachtung des Mittelwertes allein würde Baustelle 2 am besten beurteilt werden, da dort der Mittelwert am größten ist. Die Beanspruchung eines Bauwerks setzt aber voraus, daß die geforderte Festigkeit auch an allen Stellen vorhanden ist. Daher ist es sinnvoll, die erreichte Festigkeit nicht nach dem Mittelwert, sondern mit der 5%-Fraktile der Prüfergebnisse zu beurteilen. Betrachtet man auch die wirtschaftliche Seite, so ist bei gleicher Mindestfestigkeit (5%-Fraktile) im allgemeinen die Baustelle mit der kleinsten Streuung am günstigsten. Von den Beispielen des Bildes 4 ist demnach Baustelle 1 (große Mindestfestigkeit und kleine Streuung) am günstigsten, es folgen Baustelle 2 (große Mindestfestigkeit und große Streuung) und schließlich Baustelle 3 (kleine Mindestfestigkeit und große Streuung).

3.2 Streuung

Die kennzeichnendste Größe eines Kollektivs von Prüfergebnissen ist ihre Streuung, da mit ihr die Mindestfestigkeit bestimmt und die Gleichmäßigkeit der Betonherstellung beurteilt wird. Sie zeigt den Einfluß zufälliger Ungleichmäßigkeiten. Systematische Fehler, wie z. B. der Wechsel von Zement, Zuschlag, Mischart, Verdichtungsart, Nachbehandlung, Prüfmuster oder Prüfverfahren, verfälschen die Ergebnisse der statistischen Auswertung. Die Gesamtstreuung (Standardabweichung s) ergibt sich aus den Qualitätsschwankungen (Qualitätsstreuung s_n) und aus Fehlern bei der Prüfung (Prüfstreuung s_p), vgl. Gleichung (6):

$$\text{Gesamtstreuung: } s = \sqrt{s_n^2 + s_p^2} \quad (6)$$

Die Streuung von Prüfergebnissen, die bereits Mittelwert von n Einzelwerten sind, ist kleiner als die Streuung der gleichen Anzahl entsprechender Einzelwerte, vgl. Gleichung (7):

$$s_n = \frac{s}{\sqrt{n}} \quad (7)$$

Die Prüfstreuung s_p gibt bei Beton die Streuung der Ergebnisse von Probekörpern einer Mischung an. Sie ist Wiederholstreuung s_{pw} bei Wiederholungsprüfungen der gleichen Prüfstelle und Vergleichsstreuung s_{pv} bei Vergleichsprüfungen verschiedener Prüfstellen. Im allgemeinen ist die Wiederholstreuung kleiner als die Vergleichsstreuung, der Unterschied ist bei gleichwertigen Prüf-anstalten jedoch gering. Nach einigen Überwachungsprüfungen

entspricht die Prüfstreuung der Betondruckfestigkeit des Instituts von H. Rüsç [9] den Gleichungen (8) und (9):

$$\text{bei Einzelwürfeln: } s_{pw} \approx \frac{W_m}{20} \quad [\text{kp/cm}^2] \quad (8)$$

$$\text{bei Satzmittel aus 3 Würfeln: } s_{pw} \approx \frac{W_m}{35} \quad [\text{kp/cm}^2] \quad (9)$$

A. Meyer [13] fand an 26 Würfeln aus allerdings verschiedenen Labormischerfüllungen mit einer mittleren Druckfestigkeit von $W_m = 308 \text{ kp/cm}^2$ eine Wiederholstreuung von $7,5 \text{ kp/cm}^2$. Dieser Wert entspricht etwa $W_m/40$, dürfte aber für viele Prüfstellen wohl etwas zu günstig sein. Die Vergleichsstreuung von 26 Instituten, die allerdings die Würfel nur prüften und nicht herstellten, war etwa doppelt so groß. Dabei wurden jedoch 3 Würfel je Institut zur Auswertung herangezogen. Für die Biegezugprüfung nach DIN 1048 ($B_m = 49 \text{ kp/cm}^2$) fielen die Wiederholstreuung mit rund 3 kp/cm^2 und die Vergleichsstreuung mit rund 4 kp/cm^2 ebenfalls sehr klein aus.

Die Qualitätsstreuung s_q gibt bei Beton in der Regel die Streuung der verschiedenen Mischerfüllungen nach Abzug der Prüfstreuung wieder. Dabei soll die Betonprobe der durchschnittlichen Beschaffenheit der Mischerfüllung entsprechen. Die Qualitätsstreuung, die bei Beton bedeutend größer als die Prüfstreuung ist, beträgt nach H. Rüsç [9] bei Baustellenbeton der Güten B 160 bis B 600 etwa 90% der Gesamtstreuung, wenn die anteilige Prüfstreuung Wiederholstreuung ist. Daher ist bei gleicher Würfelanzahl die Aussagekraft der Güteprüfung am größten, wenn die Würfel verschiedenen Mischerfüllungen entnommen werden.

Häufig wird die Gleichmäßigkeit der Betonherstellung mit dem Variationskoeffizienten v beurteilt, siehe Tafel 2 sowie [7, 8, 13, 14, 15]. Da der Variationskoeffizient, vgl. Gleichung (3), jedoch nicht nur mit kleiner werdender Standardabweichung s , sondern auch mit wachsendem Mittelwert W_m abnimmt, kann beim Vergleich verschiedener Betongüten nicht von gleichem Variationskoeffizienten ausgegangen werden. Auch die Ergebnisse in Bild 5, in dem jeder Punkt das durch zahlreiche Einzelwerte belegte Überwachungsergebnis einer Beton-Großbaustelle Deutschlands

Tafel 2 Beurteilung der Betonherstellung nach W. A. Cordon [15]

Gleichmäßigkeit der Betonherstellung	Variationskoeffizient v in % als Streuung von Einzelwerten aus verschiedenen Mischerfüllungen	
	auf der Baustelle	im Betonwerk
sehr gut	< 10	< 5
gut	10 bis 15	5 bis 7
befriedigend	15 bis 20	7 bis 10
schlecht	> 20	> 10

oder der USA bedeutet [9], zeigen, daß der der mittleren oder der maximalen Standardabweichung entsprechende Variationskoeffizient mit wachsender Betondruckfestigkeit trotz gleichzeitig zunehmender Standardabweichung erheblich abnimmt. Die in Bild 5 eingetragenen mittleren Standardabweichungen s_m und maximalen Standardabweichungen s_{max} (= obere 5%-Fraktile von s) nehmen im Festigkeitsbereich > 200 bzw. > 300 kp/cm^2 mit wachsendem W_m nur wenig zu und entsprechen nach H. Rüsç [9] den Gleichungen (10) und (11).

$$s_m = 35 + \frac{W_m}{30} \quad (10)$$

$$s_{max} = 65 + \frac{W_m}{30} \quad (11)$$

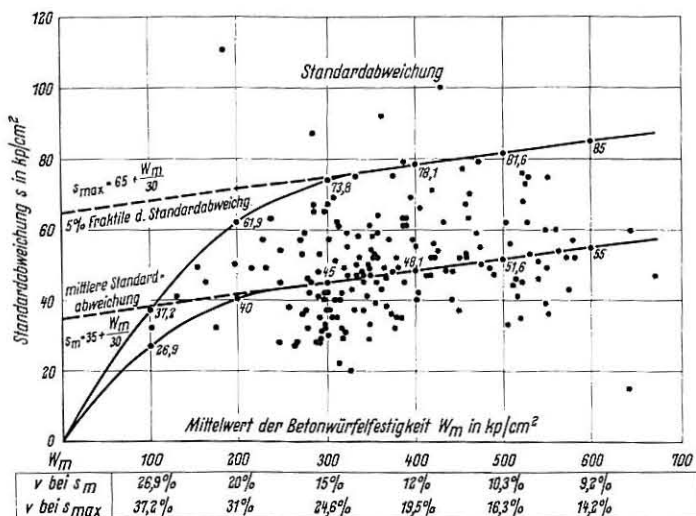


Bild 5 Standardabweichung und Variationskoeffizient von Großbaustellen nach H. Rüsç [9]

Tafel 3 Grenzwerte für die Beurteilung der Gleichmäßigkeit der Betonherstellung

Mittlere Betondruckfestigkeit W_m	Gleichmäßigkeit der Betonherstellung	
	gut	schlecht
	wenn Standardabweichung s	
200	≤ 45	≥ 60
300	≤ 49	≥ 64
400	≤ 53	≥ 68
500	≤ 57	≥ 72
600	≤ 60	≥ 75

Danach könnten für die Beurteilung der Gleichmäßigkeit der Betonherstellung zunächst etwa die Grenzwerte der Tafel 3 vorgeschlagen werden.

3.3 Notwendiger Umfang von Stichproben

Für eine statistische Auswertung ist eine Mindestanzahl von Stichproben erforderlich. Sie kann aus vorgegebenen Sicherheits- und Genauigkeitsanforderungen bestimmt werden [16, 17]. Nach H. Rüsç [9] sollten der Mittelwert aus wenigstens 10, die Standardabweichung aus wenigstens 50 vergleichbaren Einzelwerten ermittelt werden; nach DIN 1319 ist die Standardabweichung bei einer statistischen Sicherheit von $P = 95\%$ dann mit einer Genauigkeit von $\pm 20\%$ erfaßt. Eine Unterschreitung der für die Standardabweichung genannten Anzahl ist jedoch möglich, wenn über die zu erwartenden Streuungen von anderen Baustellen mit gleicher Einrichtung, gleichen Stoffen und gleichem Personal schon Erfahrungen vorliegen. Sofern genauere Erfahrungen nicht vorhanden sind, empfiehlt H. Rüsç [9], bei der Ermittlung der Streuung die Gleichungen (8) und (11) und die Beziehung, daß die Qualitätsstreuung in der Regel etwa 90% der Gesamtstreuung ausmacht, zugrunde zu legen. Nach H. Blaut [18] sind dann für die gesamte statistische Auswertung der Betonprüfergebnisse 10 Stichproben je Bauwerk ausreichend.

4. Anwendung bei Beton

4.1 Einige Ergebnisse von Baustellen und von Transportbetonwerken

In Tafel 4 sind Ergebnisse verschiedener Baustellen zusammengestellt. Es handelt sich durchweg um gut eingerichtete mittlere bis größere Baustellen, bei denen u.a. Zwangsmischer, gewichtsmäßige Zugabe der Ausgangsstoffe und Überwachung auf der Baustelle vorhanden waren.

Die gleichen Verhältnisse lagen auf der Schachtbaustelle vor, deren Ergebnisse in Tafel 5 zusammengestellt sind. Neben der Beton- bzw. Mörteldruckfestigkeit wurden auch der W/Z-Wert nach DIN 52 171 und die Zement-Normendruckfestigkeit nach DIN 1164 überwacht. Die Zemente wurden in einer Prüfstelle untersucht, Herstellung und Lagerung der Mörtel- und Betonprobekörper und Überwachung des W/Z-Wertes erfolgten auf der Baustelle. Der Beton der Zeile 2 (Tafel 5) unterschied sich vom Beton der Zeile 1 nur dadurch, daß er etwa 1 Jahr später hergestellt wurde und daß bei seiner Herstellung und Überwachung die Erfahrungen des Betons der Zeile 1 genutzt werden konnten. Bei beiden Betonen wurden auch die gleichen Ausgangsstoffe verwendet. Das gleiche gilt auch für die Mörtel der Zeilen 3 und 4, die nach dem Colcrete-Verfahren und mit einem anderen Zement als die Betone hergestellt wurden.

Zum Vergleich sind in Tafel 6 einige Überwachungsergebnisse des Betons der Maracaibo-Brücke [19] angegeben. Tafel 7 schließlich enthält Überwachungsergebnisse über mehrere Jahre von einigen Transportbetonwerken der Bundesrepublik für die Betongütern

Tafel 4 Überwachung der Druckfestigkeit auf verschiedenen Baustellen

Lfd. Nr.	Baustelle	Beton- bzw. Mörtelart	Sollfestigkeit	Anzahl (Einzelwerte)	Alter	Mittelwert	Standardabweichung	Variationskoeffizient	5 %-Fraktile	Vertrauensbereich Mittelwert	
				n		W_m	s	v	$W_{5\%}$		b
			kp/cm ²	—	Tage	kp/cm ²	kp/cm ²	kp/cm ²	kp/cm ²	kp/cm ²	
1	Hochbau	Transportbeton mit Kiessand	$W_{28} = 160$	42	28	240	40	16,6	175	$\pm 11,6$	
2			$W_{28} = 300$	92	28	363	54	14,9	274	$\pm 9,3$	
3	Industriebau [18]	Kiessandbeton	—	185	28	380	46	12,1	304	$\pm 5,6$	
4	Tiefbau	Ausgußmörtel mit Natursand 0/3 mm	$W_{28} \approx 300$	39	7	221	58	26,4	125	$\pm 15,4$	
5				9	8	241	58	24,3	132	$\pm 36,3$	
6				12	28	496	56	11,2	396	$\pm 28,2$	
7				9	56	549	85	15,5	391	$\pm 52,7$	
8	Schachtbau	Ausgußmörtel mit Natursand 0/3 mm	$W_{28} = 500$	Z = 750 kg/m ³	35	28	518	62	12,0	416	$\pm 17,3$
9				Z = 800 kg/m ³	52	28	567	82	14,4	433	$\pm 18,6$
10				Z = 800 kg/m ³	12	56	613	75	12,2	479	$\pm 38,8$
11	Schachtbau	Ausgußbeton	—	Z = 375 kg/m ³	9	28	433	46	10,7	347	$\pm 28,7$
12				Z = 400 kg/m ³	34	28	352	64	18,2	247	$\pm 18,1$
13	Schachtbau	Kiessandbeton	$W_{28} = 300$	188	28	651	93	14,3	498	$\pm 11,1$	

Tafel 5 Überwachung des Zements, des W/Z-Wertes und der Beton- bzw. Mörteldruckfestigkeit bei einer Schachtbaustelle des Bergbaus

Lfd. Nr.	Beton- bzw Mörtelart	Sollfestigkeit	Zement-Druckfestigkeit (DIN 1164)						W/Z-Wert (DIN 52 171)					Beton- bzw. Mörtel-Druckfestigkeit (DIN 1048)								
			Anzahl n*)	Alter	Mittel D _m	s	v	D ₅ %	Anzahl n**)	Mittel (W/Z) _m	s	v	(W/Z) 5% obere u. untere Grenze	Anzahl n**)	Alter	Mittel W _m	s	v	W 5 %			
		kp/cm ²	—	Tage	kp/cm ²	kp/cm ²	%	kp/cm ²	—	—	—	%	—	—	Tage	kp/cm ²	kp/cm ²	%	kp/cm			
1	a	Beton mit Natursand und Hochofenschlackensplitt	W _t ≈ 300	15	1	101	16	15,7	73	66	0,353	0,049	13,9	0,434 und 0,272	—	—	—	—	—	—		
	b			14	3	235	22	9,4	196						34	4	534	54	10,1	445		
	c			5	28	513	36	7,0	436						64	28	691	75	10,8	568		
2	a			13	1	110	13	11,6	87	168	0,385	0,031	8,0	0,436 und 0,334	—	—	—	—	—	—		
	b			13	3	245	18	7,3	213						70	4	484	63	12,9	381		
	c			4	28	514	19	3,7	470						80	28	661	51	7,7	578		
3	a			Ausgußmörtel mit Natursand 0/3 mm	W ₂₈ ≈ 500	24	1	65	10	14,9	48	139	0,440	0,023	5,2	0,478 und 0,402	249	7	377	71	18,8	260
	b					24	3	158	22	14,0	120						254	28	567	69	12,1	454
	c					10	28	409	33	8,1	348						5	56	575	32	5,5	507
	d	—	—			—	—	—	—	6	90						665	98	14,8	467		
4	a	—	—			—	—	—	—	120	0,424	0,014	3,3	0,447 und 0,401	161	7	327	56	17,2	235		
	b	17	1			60	11	17,6	42						18	8	321	39	12,2	253		
	c	17	3			135	19	14,2	102						48	9	355	52	14,7	269		
	d	6	28			410	34	8,2	342						199	28	634	64	10,1	529		

*) Mittelwerte aus 6 Einzelwerten einer Mischerfüllung

**) Einzelwerte aus verschiedenen Mischerfüllungen

Tafel 6 Überwachungsergebnisse des Betons der Maracaibo-Brücke [19]

Lfd. Nr.	Bauteil	Sollfestigkeit	Anzahl n	Mittelwert W_m	Standardabweichung s	Variationskoeffizient v	5 %-Fraktile $W_{5\%}$
		kp/cm ²	—	kp/cm ²	kp/cm ²	%	kp/cm ²
1	Pfahlabstrenne	468	1067	542	33	6,0	488
2	Träger (46 m)	383	69	431	30	6,9	382
3	Träger (46 m)	383	215	540	34	6,3	484
4	Pfahlkopfplatte (Pfeiler 21)	255	53	463	56	12,1	370
5	Stützen u. Pylone (Pfeiler 21)	383	158	475	38	8,1	411
6	Stützen u. Pylone (Pfeiler 23)	383	148	463	28	6,0	417
7	Tisch u. Kragarme (Pfeiler 20)	383	124	498	51	10,2	414
8	Tisch u. Kragarme (Pfeiler 21)	383	101	492	28	5,7	445
9	Tisch u. Kragarme (Pfeiler 22)	383	109	491	30	6,2	441

Tafel 7 Überwachungsergebnisse von verschiedenen Transportbetonwerken

Werk	Betongüte (Kiessandbeton)	Konsistenz	Zementgehalt	Jahr	Anzahl *) n	W_m (28)	s	v	$W_{5\%}$
			kg/m ³		—	kp/cm ²	kp/cm ²	%	kp/cm ²
A	B 225	K ₂	255	1960	127	302	64	21,1	197
				1961	71	296	56	19,0	203
				1962	89	334	52	15,7	248
				1963	57	351	60	17,0	253
	B 300	S III	335	1960	100	405	69	16,9	292
B	B 225	S III	260	1961	35	374	84	22,4	236
	B 300		320	1960/61	21	428	77	18,0	295
C	B 225	K ₃	270	1962	57	277	55	20,0	186
D	B 225	K ₂	255	1960	95	287	57	19,8	193
				1961	140	269	56	20,8	177
				1962	103	315	50	15,8	233
E	B 160	K ₁	180	1962/64	18	282	57	20,1	183
	B 225	K ₃	270	1960/62	56	345	50	14,5	263
			300**)	1961/64	74	379	52	13,8	293
	B 300	K ₃	330	1960/62	37	410	50	12,1	329
			355**)	1962/63	36	459	56	12,2	367
	B 450	K _{1/2}	350	1959/61	38	515	36	7,0	456
1963				11	632	42	6,6	556	

*) Anzahl der Mittelwerte aus 3 Einzelwerten je Mischerfüllung **) Sieblinie geändert

B 160 bis B 450, die uns freundlicherweise vom Güteschutzverband Transportbeton e. V., Köln, zur Verfügung gestellt wurden.

4.2 Bewertung der Ergebnisse

Für die Bewertung der Überwachungsergebnisse sind zunächst folgende Fragen von Bedeutung:

- a) Wurde die geforderte Güte mit ausreichender Sicherheit erreicht?
- b) Ist der überwachte Beton gleichmäßig, und kann die Betonherstellung als gut und wirtschaftlich bezeichnet werden?

Bei den Ergebnissen der Tafel 4 überschreitet der Mittelwert – soweit feststellbar – stets die Sollfestigkeit. Die strengere und sich in Zukunft wohl durchsetzende Forderung, nach der die 5 %-Fraktile die Sollfestigkeit erreichen soll, wird vom Beton der Zeile 2 und vom Ausgußmörtel der Zeilen 8 bis 10 nicht erfüllt. Nach der in Tafel 3 vorgeschlagenen Bewertung – Begrenzung der Standardabweichung – können die Betone der Zeilen 1 bis 3 sowie 6 und 11 als gleichmäßig und ihre Herstellung als gut und wirtschaftlich bezeichnet werden. Bei den Ausgußmörteln ist die Streuung im allgemeinen etwas größer als beim Beton. Der Beton nach Zeile 13 ist jedoch sehr ungleichmäßig ($s = 93 \text{ kp/cm}^2$) und sicherlich zu verbessern. Der Vertrauensbereich in der letzten Spalte (Tafel 4) zeigt, wie wenig der Mittelwert bei geringer Probenzahl gesichert ist.

In Tafel 5 werden die für Beton bzw. Mörtel gestellten Festigkeitsforderungen nicht nur vom Mittelwert, sondern mit Ausnahme des Mörtels der Zeile 3 bereits von der 5 %-Fraktile der Prüfergebnisse erreicht. Herstellung und Gleichmäßigkeit dürften jedoch, verglichen mit den Werten der Tafel 3, insbesondere beim Beton nach Zeile 1 (Tafel 5) und bei den Ausgußmörteln, noch zu verbessern sein. Bei der späteren Herstellung sowohl des Mörtels als auch des Betons (vgl. Zeilen 1 und 2 bzw. 3 und 4 der Tafel 5) wurde im allgemeinen etwas größere Gleichmäßigkeit erzielt. Ausgeprägt ist dies auch bei den Ergebnissen des W/Z-Wertes, dessen Streuung s beim Beton nach Zeile 1 zu groß, beim Mörtel der Zeile 4 angemessen ist. Die W/Z-Werte sind jedoch etwas vorsichtiger zu beurteilen, da über die sicherlich großen Prüfstreuungen des Verfahrens nach DIN 52 171 zu wenig Erfahrungen vorliegen. Grundsätzlich ist vom W/Z-Wert die obere und die untere 5 %-Fraktile von Bedeutung, da sowohl ein zu großer als auch ein zu kleiner W/Z-Wert verminderte Güte des Betons zur Folge haben kann. Bei den Betonen der Tafel 5 dürfte allerdings die untere 5 %-Fraktile des W/Z-Wertes nur eine Rechengröße sein. – Die Zemente erweisen sich als sehr gleichmäßig; ihre Streuung kann als überraschend klein bezeichnet werden. Bereits mit der 5 %-Fraktile erfüllt – soweit festgestellt – der Zement für die Betone (Zeilen 1 und 2) die Forderungen für einen Z 375 und der Zement für die Ausgußmörtel (Zeilen 3 und 4) die Forderungen für einen Z 275 nach DIN 1164.

Die Ergebnisse des Betons der Maracaibo-Brücke (vgl. Tafel 6) zeigen, was bei guten Ausgangsstoffen sowie bei guter Baustelleneinrichtung und -besetzung erreicht werden kann. Der Beton ist sehr gleichmäßig, die Standardabweichung liegt vorwiegend unter 40 kp/cm^2 und kann als sehr gering bezeichnet werden. Auch im Hinblick auf die erreichte Güte werden hohe Anforderungen erfüllt, da die 5 %-Fraktile der Ergebnisse durchweg die Sollfestigkeit überschreitet.

In den Transportbetonwerken (vgl. Tafel 7) wurde die geforderte Festigkeit vom Mittelwert der Prüfergebnisse stets überschritten, von der 5 %-Fraktile jedoch nur in rund 60 % der untersuchten Fälle erreicht. Die Gleichmäßigkeit der Betonherstellung – vgl. die Standardabweichung der Ergebnisse – ist sehr verschieden. Sie genügt – beurteilt nach Tafel 3 – bei Werk B nicht, ist aber auch bei anderen, insbesondere bei Werk A, noch zu verbessern. Die Ergebnisse der Werke A und D lassen jedoch eine deutliche Verbesserung sowohl der Güte als auch der Gleichmäßigkeit im Verlauf der Jahre erkennen. In jeder Beziehung zeigt Werk E von den untersuchten Transportbetonwerken die besten Ergebnisse.

Von allen Ergebnissen der Tafeln 4 bis 7 sind in Bild 6 die Standardabweichungen und in Bild 7 die Variationskoeffizienten in Abhängigkeit von der mittleren Druckfestigkeit aufgetragen. Eingezeichnet wurden in Bild 6 auch die Geraden für die mittlere und die maximale Standardabweichung nach H. Rüsç [9], in Bild 7 die entsprechenden Kurven für den Variationskoeffizienten. Während die obere Begrenzung s_{\max} bzw. v bei s_{\max} auch für die vorliegenden Ergebnisse zutrifft, scheint die Linie s_m (vgl. Bild 6) bzw. v bei s_m (vgl. Bild 7) wenigstens im Festigkeits-

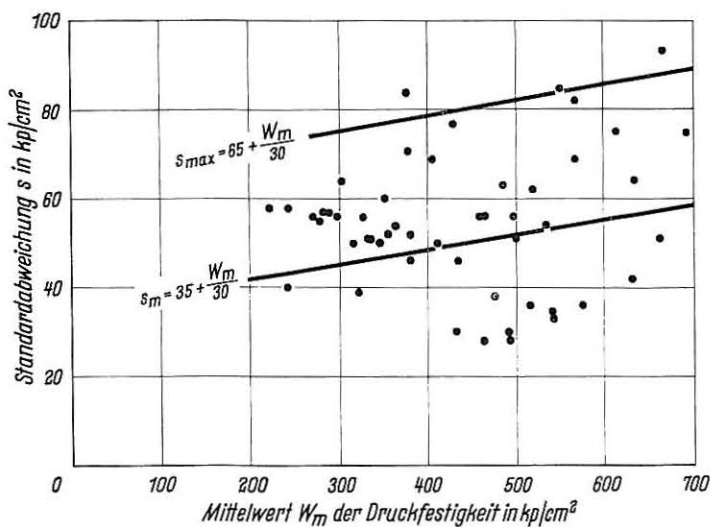


Bild 6 Standardabweichung von Mörtel und Beton der Tafeln 3 bis 6 in Abhängigkeit von W_m

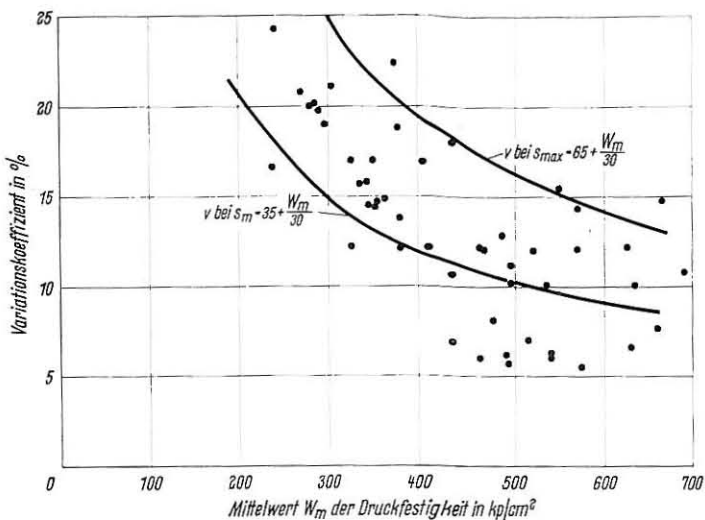


Bild 7 Variationskoeffizient von Mörtel und Beton der Tafeln 3 bis 6 in Abhängigkeit von W_m

bereich von 200 bis 300 kp/cm^2 etwas zu niedrig zu liegen. Dies könnte darauf zurückzuführen sein, daß Betone dieses Festigkeitsbereiches wohl doch niemals so gleichmäßig hergestellt werden wie höherwertige Betone auf besonders guten Baustellen. Zur Klärung dieser Frage sind jedoch weitere Untersuchungen notwendig.

4.3 Grenzen der Anwendbarkeit

Die statistische Auswertung findet im Bereich des Bauwesens nur zögernd Eingang. Vermutlich ist das u. a. darin begründet, daß die Festigkeitsergebnisse im allgemeinen erst einen Monat nach dem Betonieren vorliegen. Eine Auswertung ist auch nur sinnvoll, wenn anschließend für das Weiterbetonieren auf derselben Baustelle die zum Erreichen der Güte und zum Verbessern der Gleichmäßigkeit des Betons erforderlichen Korrekturen vorgenommen werden können. In Betracht kommen u. a. folgende Maßnahmen: Verbesserung der Güte und Gleichmäßigkeit der Ausgangsstoffe und ihrer Zugabegenauigkeit (Überwachung der Waagen), Änderung der Betonzusammensetzung, sorgfältigeres Mischen. Die Nutzung der Ergebnisse einer statistischen Auswertung setzt daher gut eingerichtete Baustellen oder Betriebe mit umfangreicher Betonherstellung über längere Zeit voraus. Da die Erfahrungen früherer Baustellen meist nur sehr begrenzt übertragen werden können, ist diese Voraussetzung in der Regel nur bei sehr großen Baustellen und bei stationären Betrieben erfüllt.

Besonders zu Beginn der Herstellung eines bestimmten Betons sollte eine größere Anzahl von Proben untersucht werden, als es nach DIN 1045 erforderlich ist, damit möglichst bald ein Aufschluß

erhalten wird. Im allgemeinen werden nur Ergebnisse von Beton gleicher Zusammensetzung und Herstellung ausgewertet. Die Einzelwerte müssen vergleichbar und voneinander unabhängig, die Fehler zufällig sein. Systematische Fehler verfälschen das Ergebnis der statistischen Auswertung. Für den Bereich des Betonbaus ist weiter zu berücksichtigen, daß die vom Statistiker zugelassenen Ausfallwerte den Mindestwert, z. B. die 5%-Fraktile, nicht beliebig weit unterschreiten dürfen, da z. B. eine nach der Statistik durchaus mögliche Betonmischung mit der Festigkeit Null nicht verwendet werden kann.

Für alle Großbaustellen und stationären Betriebe, wie z. B. Betonwerke und Transportbetonwerke, ist die statistische Auswertung eine Möglichkeit, sich über Betonqualität und Arbeitsweise des Betriebes eingehender zu unterrichten. Sie ist dort aus technischer und wirtschaftlicher Sicht zweckmäßig, da sich eine aufwendigere Einrichtung lohnt, die zur Verbesserung des Betons, zur zuverlässigeren Abstimmung auf die geforderten Eigenschaften und damit insbesondere nach der zu erwartenden Änderung der DIN 1045 zur Kosteneinsparung führt [4, 20].

5. Schlußfolgerungen

Schriftumsauswertung, Untersuchungen und Überlegungen führten zu nachstehenden Folgerungen:

5.1 Die statistische Auswertung der Prüfergebnisse erlaubt eine umfassendere Aussage über die geprüfte Eigenschaft des Betons sowie über die Gleichmäßigkeit seiner Herstellung als der bisher übliche Vergleich der Prüfergebnisse mit der Sollfestigkeit.

5.2 In der Regel sind vergleichbare Ergebnisse von Beton gleicher Zusammensetzung und Herstellung auszuwerten. Ihre Fehler müssen zufällig sein. Die statistische Auswertung erfordert eine größere Anzahl von Proben, als sie nach DIN 1045 gefordert werden, insbesondere zu Beginn der Herstellung eines bestimmten Betons.

5.3 Da die geforderte Festigkeit praktisch an allen Stellen vorhanden sein muß, die entsprechend beansprucht werden, sollte mindestens die 5%-Fraktile der Prüfergebnisse die gestellten Forderungen erfüllen.

5.4 Bei den untersuchten Baustellen und Transportbetonwerken wurde die Sollfestigkeit vom Mittelwert der Prüfergebnisse stets überschritten, von der 5%-Fraktile jedoch nur in rund 60% der untersuchten Fälle erreicht.

5.5 Zur Beurteilung der Gleichmäßigkeit der Betonherstellung eignet sich besonders die Standardabweichung der Festigkeitsergebnisse, die mit der Betongüte nur wenig zunimmt und für Druckfestigkeiten von 200 bis 600 kp/cm² bei guter Herstellung etwa unterhalb 45 bis 60 kp/cm² (vgl. Tafel 3) bleibt.

5.6 Bei den untersuchten Baustellen und Transportbetonwerken lag die Standardabweichung der Druckfestigkeit insgesamt zwischen 28 und 98 kp/cm². Die Gleichmäßigkeit der Betonherstellung kann daher bei zahlreichen Betrieben wesentlich verbessert werden.

5.7 Im allgemeinen beträgt die Qualitätsstreuung bei der Betonprüfung ein Mehrfaches der Prüfstreuung. Daher ist die Aussagekraft der Güteprüfung bei gleicher Probenanzahl am größten, wenn die Probekörper verschiedenen Mischerfüllungen entnommen werden.

5.8 Beim Vergleich verschiedener Betongüten und -eigenschaften kann nicht von gleichem Variationskoeffizienten ausgegangen werden, da der Variationskoeffizient mit wachsender Betongüte trotz zunehmender Standardabweichung erheblich abnimmt.

5.9 Die statistische Auswertung lohnt sich im allgemeinen nur bei gut eingerichteten großen Baustellen und bei stationären Betrieben, die auch das Ergebnis beim weiteren Betonieren nutzen können. Sie kann dort zur Verbesserung des Betons und seiner Gleichmäßigkeit und zur Kosteneinsparung führen.

SCHRIFTTUM:

- [1] Gaede, K.: Anwendung statistischer Untersuchungen auf die Prüfung von Baustoffen. Der Bauingenieur 17 (1942) S. 291/296.
- [2] Gaede, K.: Zur Auswertung von Betongüteprüfungen. Beton- und Stahlbetonbau 54 (1959) H. 1, S. 7/9.
- [3] Rüsck, H.: Betrachtungen zur Prüfung der Betonfestigkeit. Beton- und Stahlbetonbau 51 (1956) H. 6, S. 135/138.
- [4] Rüsck, H.: Über die zweckmäßigste Art der Güteprüfung und ihren Einfluß auf die Baukosten. Beton- und Stahlbetonbau 53 (1958) H. 3, S. 56/60.
- [5] Schaden, K.: Die Betongüte in der Baupraxis. Der Bauingenieur 34 (1959) H. 5, S. 186/191.
- [6] Arneht, W.: Über die Zusammenhänge zwischen mittlerer Festigkeit und Mindestfestigkeit und deren Anwendung auf den Baustoff Beton. Straße und Autobahn 10 (1959) H. 9, S. 355/359.
- [7] Blaut, H.: Über den Zusammenhang zwischen Qualität und Sicherheit im Betonbau. Deutscher Ausschuß für Stahlbeton, H. 149, Berlin 1962 (Diss. T. H. München 1960).
- [8] Sell, R.: Statistische Festigkeitsbeurteilung bei Beton. Zement-Taschenbuch 1962, Bauverlag, Wiesbaden 1961, S. 359/395.
- [9] Rüsck, H.: Der Einfluß der Streuung bei der Betonkontrolle. Der Bauingenieur 37 (1962) H. 10, S. 373/377.
- [10] Graf, U., und H. J. Henning: Formeln und Tabellen der mathematischen Statistik. Springer-Verlag, Berlin/Göttingen/Heidelberg 1953.

- [11] Linder, A.: Statistische Methoden. 3. Aufl. Birkhäuser-Verlag, Basel/Stuttgart 1960.
- [12] Deutscher Beton-Verein: Statistische Auswertung von Festigkeitsprüfungen nach H. Rüsck. Wiesbaden 1958.
- [13] Meyer, A.: Die Größe der Streuung der Betonfestigkeitsprüfungen nach DIN 1048. beton 13 (1963) H. 7, S. 319/322.
- [14] Knubben, L.: Die statistische Auswertung der Festigkeitsprüfung von Mörtel und Beton. beton 10 (1960) H. 8, S. 383/386; ebenso Beton-technische Berichte 1960, Beton-Verlag, Düsseldorf 1961, S. 91/100.
- [15] Cordon, W. A.: Evaluation of compression test results of field concrete. Proc. Amer. Concr. Inst. 52 (1955/56) S. 241/257.
- [16] Gaede, K.: Der notwendige Umfang von Stichproben. Der Bauingenieur 26 (1951) H. 1, S. 10/13.
- [17] Heinhold, J.: Sicherheitsgrenzen für Einzelmessungen und Stichprobenmittel. Der Bauingenieur 33 (1958) H. 1, S. 21/24.
- [18] Blaut, H.: Zur statistischen Qualitätskontrolle im Betonbau. beton 11 (1961) H. 12, S. 804/808.
- [19] Die Brücke über den Maracaibo-See in Venezuela. Bauverlag, Wiesbaden/Berlin 1963, S. 117.
- [20] Walz, K.: Stand der Neufassung des Teils „Beton“ der Stahlbetonbestimmungen. beton 11 (1961) H. 4, S. 266/267; ebenso Betontechnische Berichte 1961, Beton-Verlag, Düsseldorf 1962, S. 137/140.