

Über die Biegezugfestigkeit des Betons^{*)}

Von Justus Bonzel, Düsseldorf

Übersicht

Im Stahlbetonbau werden Biegequerschnitte in der Regel nach Stadium II bemessen. Dabei wird angenommen, daß die Zugzone des Betons gerissen ist und daß Druckspannungen vom Beton und Zugspannungen vom Stahl aufgenommen werden. Für Betonbauteile, wie z. B. Rohre, Behälter und Platten, bei denen Risse nicht auftreten sollen, ist aber auch die Zugfestigkeit des Betons von Bedeutung. Sie wird schon seit langem als Biegezugfestigkeit und in jüngerer Zeit auch als Spaltzugfestigkeit ermittelt.

Die Biegezugfestigkeit wird meist an Betonbalken geprüft, die auf zwei Stützen gelagert und mit einer Einzellast in Stützweitenmitte oder in den Drittelpunkten belastet werden. Beim Errechnen wird angenommen, daß die Querschnitte eben bleiben und Spannungs- und Dehnungsverteilung linear sind.

Die Biegezugfestigkeit nimmt mit dem Alter vorwiegend bis zum 28. Tag zu, mit wachsendem W/Z-Wert jedoch weniger als die Druckfestigkeit ab und ist für Beton mit gebrochenem und oberflächenrauhem Zuschlag meist etwa 10 bis 20 % größer als für Kiessandbeton. Beim Austrocknen des Betons entstehen Schwindspannungen, die die Biegezugfestigkeit je nach Zement, Beton und Lagerung vorübergehend um etwa 10 bis 50 % vermindern können. Im Bereich üblicher Abmessungen ergeben größere Balken geringere Biegezugfestigkeiten als kleinere und Drittelpunktbelastung geringere als mittlige Einzellast.

Der Verhältniswert Druckfestigkeit zu Biegezugfestigkeit liegt für Betongüten B 160 bis B 600 bei Kiessandbeton etwa zwischen 5 und 12, bei Splittbeton etwa zwischen 4 und 10. Die Biegezugfestigkeit ist etwa 2mal so groß wie die Zugfestigkeit und etwa 1,5mal so groß wie die Spaltzugfestigkeit.

1. Allgemeines

Der Beton wird nach seiner Druckfestigkeit in Güteklassen eingeteilt. So werden in Deutschland für Leicht- und Schwerbeton die Betongüten B 25 bis B 600 unterschieden. Diese Güteklassen sind gekennzeichnet durch die Druckfestigkeit 28 Tage alter Würfel von 20 cm Kantenlänge, die 7 Tage feucht und 21 Tage an der Luft bei 15 bis 22 °C lagerten. Auch bei den Zementen werden die Güten Z 275, 375 und 475 nach der Mindestdruckfestigkeit im Alter von 28 Tagen bezeichnet.

^{*)} Nach einem Vortrag auf der Zementtagung des Vereins Deutscher Zementwerke e. V. vom 3. bis 5. Oktober 1962 in Würzburg.

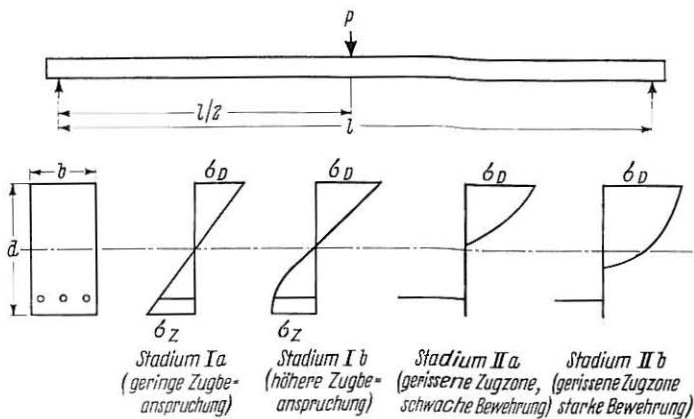


Bild 1 Spannungsverteilung bei Bemessen auf Biegung

Besonders in jüngerer Zeit sind aber häufig auch andere Eigenschaften des Betons von Interesse. Eine dieser besonderen Eigenschaften ist die Zugfestigkeit. Da sie wesentlich kleiner als die Druckfestigkeit des Betons ist, führte die Entwicklung in der Vergangenheit schon frühzeitig zum Stahlbeton, für den bei Biegebeanspruchung die Bemessungsstadien nach Bild 1 unterschieden werden. Im Stahlbetonbau werden Biegequerschnitte in der Regel nach Stadium II bemessen. Dabei wird angenommen, daß die Zugzone des Betons gerissen ist und daß Druckspannungen vom Beton und Zugspannungen vom Stahl aufgenommen werden. Es gibt jedoch zahlreiche Betonbauteile, wie z. B. Behälter, Rohre, Platten und Betonstraßen, bei denen Risse nicht auftreten sollen. Für diese Bauteile ist die Zugfestigkeit des Betons von Bedeutung – d. h. sie werden nach Stadium I (vgl. Bild 1) bemessen –, sofern sie nicht vorgespannt werden. Auch für Bauteile mit großer Stoß- und Schlagfestigkeit wie z. B. bei Rampaufbauten ist eine möglichst große Zugfestigkeit erwünscht, da ein verstärktes Anwachsen nur der Druckfestigkeit sprödere Betone ergibt.

2. Ermittlung der Zugfestigkeit

In der Vergangenheit ist die Zugfestigkeit von Mörtel und Beton zunächst durch Zerreißen von Achterkörpern und von spulen-, prisma- oder zylinderförmigen Körpern geprüft worden, die in Klauen oder Halterungen gehalten oder an deren Stirnseiten Dübel eingelassen wurden. Es wurde teilweise auch versucht, sie an Prüfkörpern mit eingelassenen Druckkissen oder an Hohlzylindern durch Flüssigkeitsinnendruck zu ermitteln, wobei jedoch axiale Beanspruchungen und Porenwasserdruck vermieden werden mußten [1, 2, 3]. Bild 2 zeigt einen Körper für die Zugprüfung des Betons nach Vorschlag des Otto-Graf-Instituts Stuttgart und einen Achterkörper, an dem etwa bis 1940 die Zugfestigkeit der Zementmörtel ermittelt wurde und der auch heute noch für andere Mörtelprüfungen verwendet wird.

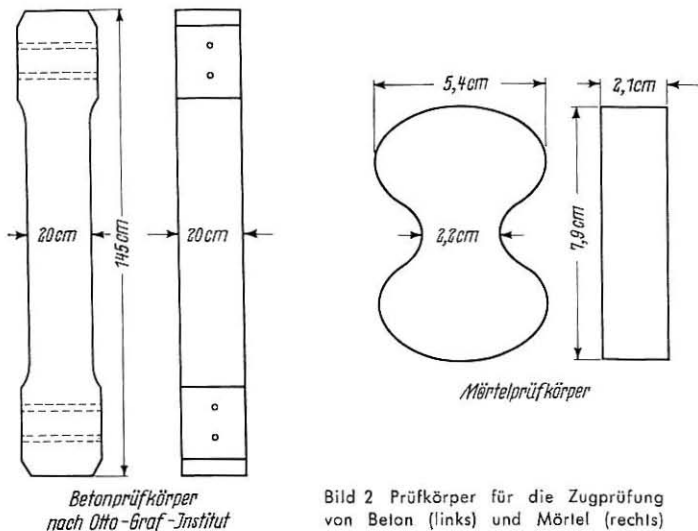


Bild 2 Prüfkörper für die Zugprüfung von Beton (links) und Mörtel (rechts)

Nach spannungsoptischen Untersuchungen [4] treten bei Zugversuchen an Mörtel- und Betonproben Spannungskonzentrationen im Bereich der Einspannstellen auf. Inhomogene Stellen des Betongefüges im Zugquerschnitt bewirken ebenso wie die nur schwer vermeidbaren Außermittigkeiten beim Einsetzen der Proben in die Prüfmaschine, daß resultierende Zugkraft und Prüfkörperachse nicht zusammenfallen. Da die unmittelbare Zugprüfung aus diesen und anderen Gründen nicht genügend sichere Ergebnisse liefert, wird die Zugfestigkeit des Betons schon seit langem als Biegezugfestigkeit und in jüngerer Zeit auch als Spaltzugfestigkeit ermittelt.

3. Spaltzugfestigkeit

Bei der Spaltzugprüfung werden liegend eingebaute Betonzylinder über zwei sich gegenüberliegende Mantellinien in einer üblichen Druckprüfmaschine bis zum Bruch belastet. Zur Lasteinleitung sind zwischen den Zylindern und den Druckplatten der Prüfmaschine Lastverteilungstreifen anzuordnen, die etwa $\frac{1}{10}$ des Zylinderdurchmessers breit sind. Auch würfel- oder prismenförmige Körper können auf diese Weise mit zwei sich gegenüberliegenden Lastverteilungstreifen geprüft werden. Die Versuchsanordnung ist auf Bild 3 dargestellt. In den USA ist die Prüfung der Spaltzugfestigkeit in ASTM C 496-62 T genormt.

Im Prüfkörper treten dabei rechtwinklig zur Lasteintragungsebene Zugspannungen auf, deren Größtwert im Bruchzustand als Spaltzugfestigkeit bezeichnet und nach der Gleichung $Z_s = 2 \cdot P / \pi \cdot d \cdot l$ errechnet wird. Es bedeuten P die Größtlast der Prüfmaschine, d der Durchmesser und l die Länge des Zylinders. Bei Würfeln sind d und l gleich der Kantenlänge a. Der Beginn des Bruchs eines Betonzylinders bei der Spaltzugprüfung ist in Bild 4 zu sehen. Über weitere Einzelheiten der Spaltzugprüfung wird später berichtet werden.

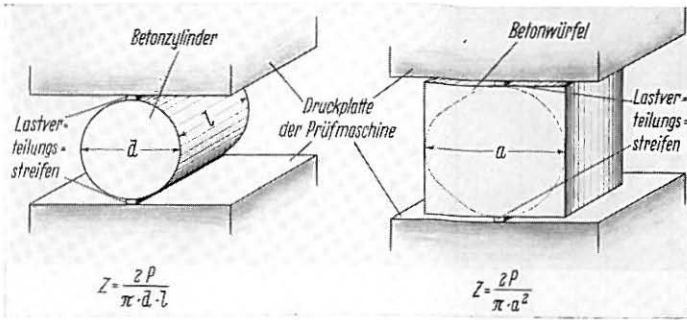


Bild 3 Versuchsanordnung bei der Spaltzugprüfung des Betons

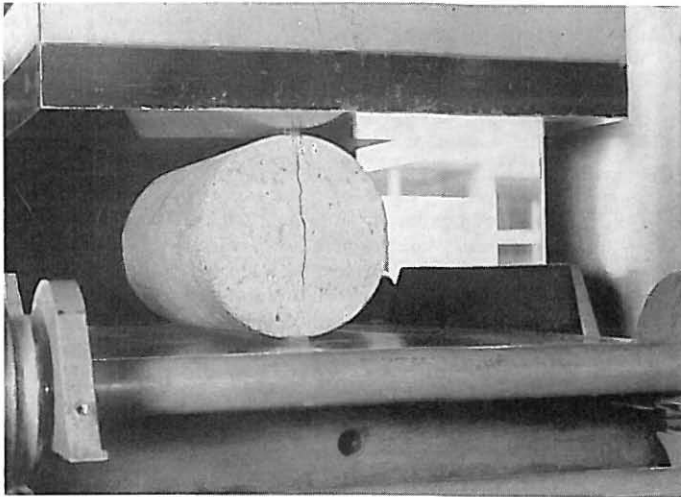


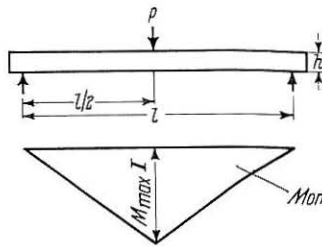
Bild 4 Bruchzustand bei der Spaltzugprüfung

4. Ermittlung der Biegezugfestigkeit

Die Biegezugfestigkeit des Betons wird in Deutschland nach DIN 1048 an Balken von 15 cm Breite, 10 cm Höhe und 70 cm Länge ermittelt. Bei einer Stützweite von 60 cm werden diese Balken mit einer Einzellast in Stützweitenmitte bis zur Größtlast belastet. Daneben werden insbesondere auch im Ausland häufig Betonbalken anderer Abmessungen mit zwei Einzellasten in den Drittelpunkten der Stützweite geprüft. Beide Belastungsanordnungen sind auf Bild 5 dargestellt.

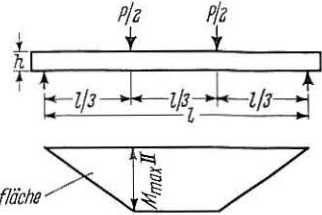
Die Biegezugfestigkeit errechnet sich aus dem maximalen Biegemoment, das sich aus Belastung und Stützweite ergibt, und dem durch die Querschnittsabmessungen festgelegten Widerstandsmoment des Balkens nach der Gleichung $B = M/W$ (vgl. Bild 5). Bei dieser Ausrechnung (nach Navier und Bernoulli) wird angenommen, daß die Balkenquerschnitte bei Durchbiegung des Balkens eben bleiben und daß Spannungs- und Dehnungsver-

I. Einzellast in Balkenmitte



$$B_I = \frac{M}{W} = \frac{3 \cdot P \cdot l}{2 \cdot b \cdot h^2}$$

II. Einzellasten in Drittelpunkten



$$B_{II} = \frac{M}{W} = \frac{P \cdot l}{b \cdot h^2}$$

Bild 5 Prüfung des Betons auf Biegezugfestigkeit

teilung über den Balkenquerschnitt linear sind. In Wirklichkeit trifft dies jedoch nicht zu, und aus diesem Grunde stimmt die errechnete Biegezugfestigkeit, die ja sonst als Randspannung der äußeren Zugfaser gleich der Zugfestigkeit sein müßte, ebenfalls mit der tatsächlichen Zugspannung im Bruchzustand nicht überein. G. Naschold [5], P. J. F. Wright [6] und K. E. C. Nielsen [7] folgerten aus theoretischen Betrachtungen nach F. Seewald [8] oder S. Timoshenko [9], daß die nach dem Navier-Bernoullischen Ansatz errechneten Randspannungen von Balken bei mittiger Einzellast größer, bei Drittelpunktbelastung jedoch kleiner als die tatsächlichen Biegezugspannungen sind, daß aber der Fehler des Navier-Bernoullischen Ansatzes bei Drittelpunktbelastung nur etwa halb so groß ist wie bei mittiger Einzellast. Nach spannungsoptischen Untersuchungen von A. T. Goldbeck [10] betragen die tatsächlichen Spannungen bei mittiger Einzellast etwa das 0,84fache, bei Drittelpunktbelastung etwa das 0,94fache der errechneten Biegespannungen. F. Gebauer [11] stellte Näherungs- und genauere Berechnungen über die tatsächlichen Randspannungen im Bruchzustand von auf Biegung beanspruchten, unbewehrten Betonbalken mit Rechteckquerschnitt an und fand dabei Werte, die einer tatsächlichen Zugfestigkeit entsprechen könnten. Nach seinen Überlegungen sind die unter Zugrundelegen geradliniger Spannungsverteilung errechneten Biegezugfestigkeiten um rund 42 % zu groß. Der Frage nach der tatsächlichen Biegezugfestigkeit des Betons soll in einer späteren Arbeit weiter nachgegangen werden.

5. Beeinflussung der Biegezugfestigkeit

Zahlreiche Einflußgrößen, die die Druckfestigkeit des Betons bestimmen, beeinflussen auch seine Biegezugfestigkeit, jedoch nicht immer in gleicher Weise. Im folgenden wird daher der Einfluß der Betonzusammensetzung, des Alters und der Nachbehandlung, des Prüfverfahrens und der Balkenabmessungen unter Berücksichtigung der einschlägigen Literatur (ohne Anspruch auf Vollständigkeit) behandelt und werden allgemeine Erkenntnisse

herausgestellt. Bei den Betrachtungen wird ein vollständig verdichteter und praktisch weitgehend erhärteter Beton vorausgesetzt.

5.1 **Betonzusammensetzung**

5.1.1 **Zement**

Über den Einfluß des Zementes auf die Biegezugfestigkeit von Mörtel und Beton geben neben neueren Versuchen [12] vor allem die zahlreichen Versuche Auskufft, die in den 30er Jahren anlässlich des Baus der Autobahn durchgeführt wurden [13, 14]. Mit wachsender Zementfestigkeit stellt sich bei sonst gleichen Verhältnissen auch eine höhere Biegezugfestigkeit des Betons ein. Dies bedeutet jedoch nicht, daß Druckfestigkeit und Biegezugfestigkeit des Betons im gleichen Verhältnis zunehmen (vgl. auch Abschnitt 5.2) und daß sich gleiche Verhältniswerte bei Betonen aus verschiedenen Zementen einstellen.

5.1.2 **Wasserzementwert**

Die Eigenschaften des Betons hängen bei vollständiger Verdichtung vorwiegend von den Eigenschaften des Zementsteins ab, dessen Güte bei ausreichender Nachbehandlung im wesentlichen vom W/Z-Wert bestimmt wird und mit kleiner werdendem W/Z-Wert zunimmt.

In Bild 6 sind die Druck- und Biegezugfestigkeiten von Zementstein und gemagertem Zementstein – bezogen auf ihre Werte beim W/Z-Wert von 0,2 – in Abhängigkeit vom W/Z-Wert nach Versuchen von G. Wischers [15] aufgetragen. Beide Festigkeiten nehmen mit zunehmendem W/Z-Wert ab. Bemerkenswert ist jedoch, daß die Biegezugfestigkeit im Bereich sehr kleiner W/Z-Werte prozentual mehr, im Bereich der für Beton üblichen W/Z-Werte aber wesentlich weniger abnimmt als die Druckfestigkeit. So war z. B. beim W/Z-Wert von 0,9 noch eine Biegezugfestigkeit von rund 33 %, aber nur noch eine Druckfestigkeit von rund 18 % der Festigkeiten beim W/Z-Wert von 0,2 vorhanden.

Die prozentualen Druck- und Biegezugfestigkeiten von Beton sind in Bild 7 nach A. Hummel [16] und nach Versuchen von R. Jones und M. F. Kaplan [17, 18] in Abhängigkeit vom W/Z-Wert aufgetragen. Auch bei Beton nehmen beide Festigkeiten mit größer werdendem W/Z-Wert ab. Die Abnahme der Biegezugfestigkeit ist jedoch im gesamten untersuchten Bereich, d. h. vom W/Z-Wert 0,35 bis 1,50, deutlich kleiner als die der Druckfestigkeit. Beim W/Z-Wert von 0,90 betrug z. B. die Biegezugfestigkeit nach 28 Tagen noch rund 50 %, die Druckfestigkeit aber nur noch rund 33 % des jeweiligen Ausgangswertes. Dies dürfte teilweise auch darauf zurückzuführen sein, daß die Biegezugfestigkeit des Betons mit abnehmendem W/Z-Wert nicht unbegrenzt zunimmt, weil dabei die Haftung zwischen Zementstein und Zuschlagstoff nicht in gleichem Maße verbessert wird wie die Biegezugfestigkeit des Zementsteins. Nach den Versuchen von Jones und Kaplan, die auch den Einfluß des Alters untersuchten, ist die Abnahme beider Festigkeiten mit größer werdendem W/Z-Wert bei älteren Betonen kleiner als bei jüngeren Betonen. Die Abnahme der 7 Tage-Biegezugfestigkeit war

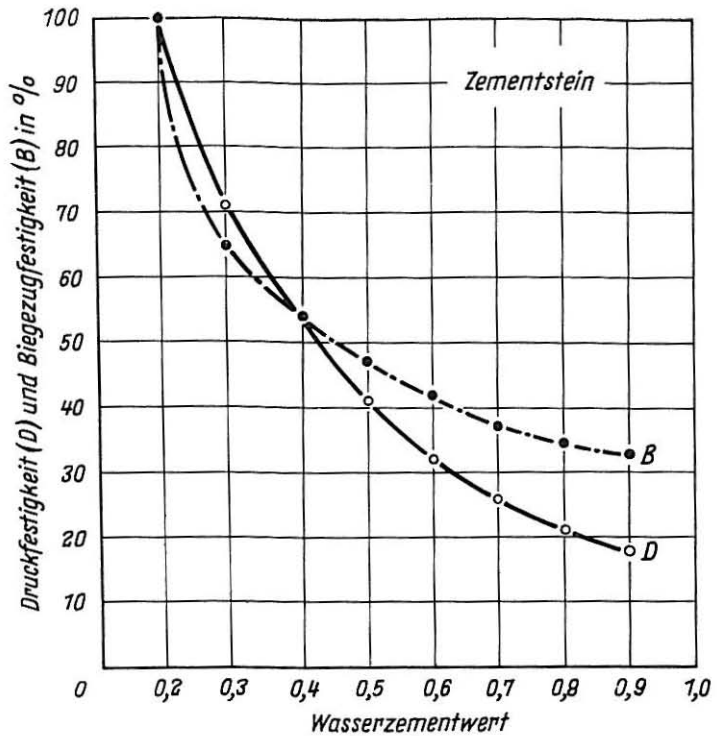


Bild 6 Druck- und Biegezugfestigkeit von Zementstein nach Versuchen von G. Wischers

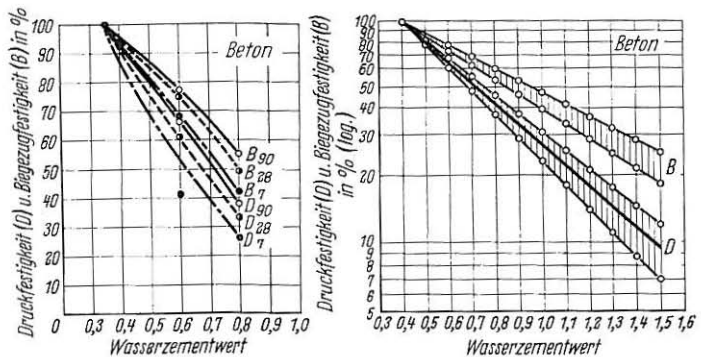


Bild 7 Druck- und Biegezugfestigkeit von Beton nach R. Jones und M. F. Kaplan (links) und nach A. Hummel (rechts)

jedoch dabei noch kleiner als die der 90 Tage-Druckfestigkeit. Beim W/Z-Wert von 0,90 betrug der Unterschied zwischen den 7- und 90 Tage-Werten sowohl der Druckfestigkeit als auch der Biegezugfestigkeit rund 12% (vgl. Bild 7). Diese Ergebnisse werden mit gewissen Streuungen auch von zahlreichen anderen Arbeiten [2, 19, 20, 21] bestätigt.

Zusammenfassend kann aus den Ergebnissen gefolgert werden, daß auch die Biegezugfestigkeit mit wachsendem W/Z-Wert abnimmt, daß aber die prozentuale Abnahme mit wachsendem Alter und zunehmendem W/Z-Wert geringer wird und insgesamt wesentlich geringer ist als bei der Druckfestigkeit.

5.1.3 Zuschlagstoffe

Die Biegezugfestigkeit des Betons hängt auch von der Haftung zwischen Zementstein und Zuschlagstoff und von der Verzahnung und Kornabstufung des Zuschlaggerüstes ab und damit vor allem von der Art und der Beschaffenheit der Zuschlagstoffe. Einfluß nehmen insbesondere die Kornform, die Oberflächenbeschaffenheit, die Kornzusammensetzung und das Größtkorn.

Die *Eigenfestigkeit* des Gesteins wirkt sich im allgemeinen nur dann festigkeitsmindernd auf die Biegezugfestigkeit des Betons aus, wenn es sich um sehr weiches Gestein oder um Zuschlag mit hohem Anteil weniger fester Bestandteile handelt. Zuschlaggestein mit kleinerem E-Modul kann günstig sein, wenn im Beton Eigenspannungen wie z. B. Schwindspannungen auftreten (vgl. Abschnitt 5.2).

Über den Einfluß von *Kornform* und *Oberflächenbeschaffenheit* des Zuschlags wurde häufig berichtet. Bei Versuchen von P. J. F. Wright und A. D. McCubbin [22] ergab gebrochenes Zuschlaggestein (Zuschlag mit rauher Oberfläche und unregelmäßiger, kantiger oder splittiger Kornform) bei gleichem W/Z-Wert mehr als 20 % größere Biegezugfestigkeiten, aber nur knapp 10 % höhere Druckfestigkeiten als Kiessand. R. Jones und M. F. Kaplan [17, 18] untersuchten den Einfluß von 13 verschiedenen Grobzuschlägen mit sehr unterschiedlicher Kornform und Oberflächenbeschaffenheit. Einbezogen waren Kies, gebrochener Kies und gebrochener Kalkstein, Basalt, Trachyt und Granit. Während die Betone mit gebrochenem Kalkstein, Basalt, Trachyt und teilweise auch Granit durchweg mehr als 20 %, teilweise sogar bis zu 50 % größere Biegezugfestigkeiten und i. M. etwa 10 % größere Druckfestigkeiten aufwiesen als der Kiessandbeton, hatten die Betone mit gebrochenem Kies bei etwa gleicher Druckfestigkeit nur etwa 10 % größere Biegezugfestigkeiten. Auch nach F. N. Sparkes [23] haben Splittbetone bei gleicher Druckfestigkeit etwa 15 bis 20 % größere Biegezugfestigkeiten. H. F. Gonnerman und E. C. Shuman [2] fanden höhere Biegezugfestigkeiten nur für Kalksteinbeton, nicht aber für Betone mit Hochofenschlacke oder Granit, die bei gleichem W/Z-Wert etwa die gleichen Biegezug- und Druckfestigkeiten hatten wie Kiessandbeton. Bei Versuchen von A. Hummel [16] hatten Betone mit Basaltzuschlägen rund 15 bis 20 % und Betone mit Natursand und Basaltsplitt rund 5 bis 10 % größere Biegezugfestigkeiten als Kiessandbetone etwa gleicher Druckfestigkeit. In Tafel 1 sind schließlich die Ergebnisse der Versuche von K. Walz [24] zusammengestellt. Bei gleichem W/Z-Wert und etwa gleicher Druckfestigkeit wiesen Betone mit Basalt oder Quarzit etwa 20 % und mit Kalkstein etwa 30 % größere Biegezugfestigkeiten auf als Beton mit Mainkiessand, der etwa 15 % weniger feste Bestandteile enthielt.

Tafel 1 Betonfestigkeiten in Abhängigkeit von der Art des Zuschlags nach K. Walz

	Zuschlagstoff Natarsand 0/3mm und	W/Z	Biegezugfestigkeit B nach 28 Tagen Wasserlagerung		Druckfestigkeit D nach 28 Tagen Wasserlagerung		D/B
			kp/cm ²	%	kp/cm ²	%	
1	70% Basalt bis 30 mm	0,48	74	123	485	108	6,6
2	70% Quarzit bis 30 mm	0,48	74	123	456	100	6,1
3	70% Kalkstein bis 30 mm	0,48	79	132	456	101	5,8
4	70% Mairkies bis 30 mm	0,48	60	100	451	100	7,5

Nicht so zahlreich sind die Untersuchungen über den Einfluß der Kornzusammensetzung des Zuschlags. O. Graf, W. Albrecht und H. Schäffler [25] empfehlen für große Biegezugfestigkeit 35 bis 45 % des Kornanteils bis 1 mm im Mörtelanteil bis 7 mm. Nach ihrer Ansicht beeinflußt die Zusammensetzung der Korngruppe 7/30 mm die Biegezugfestigkeit des Betons nicht wesentlich. Bei Versuchen von B. G. Singh [26] nahmen Biegezug- und Druckfestigkeit bei gleichem W/Z-Wert mit zunehmender spezifischer Oberfläche des Zuschlags ab, was jedoch auf ein nicht mehr vollständiges Verdichten des Frischbetons zurückzuführen war. Betone, bei denen Mischungsverhältnis, W/Z-Wert und spezifische Oberfläche des Zuschlags gleichgehalten wurden, besaßen bei Ausfallkörnungen mit hohem Anteil an feinstem und größtem Korn (Größtkorn 19 mm) um etwa 8 bis 10 % geringere Biegezug- und Druckfestigkeiten als bei stetiger Kornzusammensetzung.

Nicht ohne Einfluß auf die Biegezugfestigkeit des Betons ist auch das Größtkorn des Zuschlags, das im allgemeinen nicht größer als ein Viertel bis ein Drittel der kleinsten Probeabmessung sein soll. Bei Versuchen des Otto-Graf-Instituts [25] führte eine Vergrößerung des Zuschlaggrößtkorns von 30 auf 70 mm bei gleichem Zement- und Sandgehalt und gleicher Konsistenz, aber Verringerung des W/Z-Wertes um 6 bis 10 % bei Kiessandbeton zu etwa 16 % und bei Beton mit gebrochenen Zuschlägen zu etwa 28 % größerer Biegezugfestigkeit. Dazu im Widerspruch stehen jedoch die Ergebnisse späterer Versuche mit 50 und 70 mm Größtkorn, bei denen allerdings die Körper trocken gelagert wurden und offenbar auch die Verarbeitbarkeit der Mischungen verschieden war. Versuche von W. F. Kellermann [27], der Balken aus Kiessandbeton mit 19, 32, 51 und 64 mm Größtkorn untersuchte, ergaben für Beton mit kleinerem Größtkorn stets die größere Biegezugfestigkeit, obwohl der W/Z-Wert mit abnehmendem Größtkorn etwas zunahm. Die Biegezugfestigkeit fiel i. M. um etwa 8 bis 15 % größer aus, wenn das Größtkorn von 64 auf 19 mm herabgesetzt wurde. St. Walker und D. L. Bloem [19] untersuchten Kiessandbetone

mit einem Zuschlaggrößtkorn von 9,5, 19, 38 und 64 mm. Bei gleichem Zementgehalt und gleicher Konsistenz nahmen allerdings der W/Z-Wert und der Sandanteil mit anwachsendem Größtkorn insgesamt etwa bis zu 20 % ab. Betone mit mittleren und höheren Zementgehalten ergaben mit wachsendem Größtkorn zwar um 5 bis 10 % kleinere Druckfestigkeiten, aber nur vorwiegend bis zu 5 % kleinere Biegezugfestigkeiten, wenn dabei die Unterschiede im W/Z-Wert nicht zu groß waren. Bei zementarmen Mischungen nahm allerdings der W/Z-Wert mit Abnahme des Zuschlaggrößtkorns so zu, daß über den Einfluß des Größtkorns auf die Festigkeiten keine Aussage gemacht werden konnte. Bei Betonen mit rund 5 % Luftporen im Frischbeton, aber gleichem Zementgehalt und bei abnehmendem Größtkorn etwas zunehmendem W/Z-Wert (etwa gleiche Zementleimmenge) verringerte sich die Biegezugfestigkeit zementreicherer Mischungen mit wachsendem Größtkorn um maximal 10 %, die Druckfestigkeit um maximal 20 %. Die Betone mit einem Größtkorn von 64 mm wurden zur Beurteilung nur herangezogen, wenn die untersuchten Prüfkörper dafür nicht zu klein waren oder wenn Anschlußwerte vorlagen. A. G. A. Saul [28] berichtete, daß zwar Betone mit 9,5 mm Größtkorn nach Versuchen von Humphrey ein geringeres Verhältnis von Zug- und Druckfestigkeit ergaben als Betone mit 19 mm Größtkorn, daß aber nach der Mehrzahl der bisherigen Versuche – erwähnt sind Ergebnisse von Abrams, Shuman und Tucker und neuere Ergebnisse der CCA – Betone aus Zuschlagstoff mit kleinerem Größtkorn bei gleichem W/Z-Wert größere Druck- und insbesondere Zugfestigkeiten besitzen als Betone mit größerem Zuschlaggrößtkorn.

Zusammenfassend kann festgestellt werden, daß die Biegezugfestigkeit des Betons mit zunehmender Haftung zwischen Zementstein und Zuschlag und mit besserer Verzahnung und gleichmäßigerer Kornabstufung des Zuschlags zunimmt. Haftung und Verzahnung sind bei gebrochenen Zuschlägen mit rauher Oberfläche und unregelmäßiger, kantiger und splittiger Kornform besser als bei Kiessand. Aus diesem Grund ist die Biegezugfestigkeit von Beton aus Natursteinsplitt im Alter von 28 Tagen unter sonst gleichen Bedingungen rund 10 bis 20 % größer als die von Kiessandbeton etwa gleicher Druckfestigkeit, wenn der Beton vollständig verdichtet und der W/Z-Wert wegen der etwas schlechteren Verarbeitbarkeit nicht oder nicht allzu sehr erhöht wird. Die Ergebnisse über den Einfluß der Kornzusammensetzung und des Größtkorns sind widerspruchsvoll, aber auch schwer abschätzbar, da teilweise der Beton nicht mehr vollständig verdichtet war, mit dem Größtkorn auch der W/Z-Wert verändert wurde oder das Größtkorn im Vergleich zur Probeabmessung zu groß war. Doch nimmt im allgemeinen die auf die Druckfestigkeit bezogene Biegezugfestigkeit üblicher Betone mit feiner werdendem Zuschlaggemisch etwas zu. Aus den Versuchen kann gefolgert werden, daß bei gleichem W/Z-Wert, etwa gleicher Zementleimmenge und vollständiger Verdichtung Betone mit sandreicherem Zuschlaggemisch und kleinerem Größtkorn etwas größere Biegezugfestigkeit ergeben, da der Zementstein in dünnere Schichten aufgeteilt wird und ein Beton mit feinerem Gefüge entsteht. Diese Folgerungen sind auch bei Mörtel und Zementstein erkennbar, die bei gleichem W/Z-Wert höhere Biegezugfestigkeiten aufweisen als Betone gleicher Druckfestigkeit.

5.1.4 Betonzusätze

Für den Einfluß von Betonzusätzen auf die Biegezugfestigkeit gelten im wesentlichen die Erfahrungen, die bei Untersuchungen über die Druckfestigkeit gewonnen wurden. Nach Versuchen von B. W. Shacklock und P. W. Keene [29] vermindern 5 bis 6% eingeführte Luftporen bei gleichem W/Z-Wert die Biegezugfestigkeit jedoch weniger als die Druckfestigkeit. Die Abminderung war bei niedrigeren W/Z-Werten und zementreicheren Mischungen etwas ausgeprägter als bei anderen Betonen. Die untersuchten Luftporenbetone waren jedoch unempfindlicher gegen Austrocknen bei Luftlagerung (vgl. Abschnitt 5.2). Auch nach St. Walker und D. L. Bloem [19, 30] führte ein Frischbeton-Luftporengehalt von rund 5% in zementreichen Mischungen zu einer Abnahme der Biegezugfestigkeit, die etwas geringer war als die der Druckfestigkeit. Beim Luftporenbeton war die Abnahme der Biegezugfestigkeit infolge Anwachsens des Größtkorns trotz etwa gleicher Zementleimenge etwas ausgeprägter als beim Nullbeton (vgl. Abschnitt 5.1.3).

5.2 Alter und Nachbehandlung

Über den Einfluß des Alters auf die Biegezugfestigkeit des Betons geben zahlreiche Versuche Auskunft [13, 14, 17, 18, 19, 22, 31]. Während bei älteren Versuchen die Biegezugfestigkeit feucht gelagerter Betone auch nach dem 28. Tag teilweise noch in gleichem Maße wie die Druckfestigkeit zunahm, wie z. B. bei Versuchen von O. Graf und K. Walz [13] an Straßenbeton mit rund 325 kg Zement je m³ und einem W/Z-Wert von 0,50, kann heute bei den rascher erhärtenden Zementen im allgemeinen mit einer geringeren Zunahme nach dem 28. Tag gerechnet werden. Die auf den 28 Tage-Wert bezogene Biegezugfestigkeit ist jedoch in jungem Alter meist deutlich größer als der in der gleichen Zeit erreichte Druckfestigkeitsanteil (vgl. Abschnitt 5.1.5).

Beton benötigt zu seiner Erhärtung Feuchtigkeit und muß aus diesem Grunde feucht nachbehandelt oder wenigstens vor Austrocknen geschützt werden, bis eine ausreichende Erhärtung sichergestellt ist. Die *Feuchtnachbehandlung* hat für die Biegezugfestigkeit jedoch noch eine weitere Bedeutung, da beim Austrocknen des Betons Schwindspannungen entstehen, die die Biegespannungen überlagern und so die Biegezugfestigkeit erheblich herabsetzen können. H. F. Gonnerman und E. C. Shuman [32] untersuchten verschiedene Betone bis zu einem Jahr, die stets feucht oder nach einer Feuchtlagerung von 1, 7 oder 28 Tagen trocken lagerten und teilweise vor der Prüfung nochmals durchfeuchtet wurden. Die Biegezugfestigkeit aller bis zur Prüfung luftgelagerten Balken war selbst bis zu einem Jahr stets geringer als die der feucht gelagerten oder der wieder durchfeuchteten Proben. Sie war zu allen Prüfterminen bei den Balken am kleinsten, die nur zu Beginn 1 Tag feucht gelagert wurden. Bei Versuchen von K. E. C. Nielsen [7] ergaben Betonbalken, die 21 Tage in Wasser und 7 Tage an Raumluft lagerten, im Alter von 28 Tagen um 25 bis 35% geringere Biegezugfestigkeiten als ständig wassergelagerte gleichalte Balken. St. Walker und D. L. Bloem [19, 30] ermittelten die Biegezugfestigkeit verschieden gelagerter Balken 15 cm × 15 cm × 90 cm,

die aus Beton mit 280, 335 und 390 kg Zement je m³, mit W/Z-Werten zwischen 0,38 und 0,50, mit zwei verschiedenen Zuschlägen sowie mit und ohne LP-Zusatzmittel hergestellt wurden. Feuchtluft- und Wasserlagerung hatten etwa gleich große Biegezugfestigkeiten zur Folge. Nach 7tägiger Feuchtlagerung und anschließender 7- oder 21tägiger Luftlagerung lag die Biegezugfestigkeit aller Betone etwa zwischen 60 und 80 %, nach 84tägiger Luftlagerung vorwiegend zwischen 85 und 105 % der Biegezugfestigkeit der vergleichbaren ständig feucht gelagerten Balken. Folgte der Luftlagerung 48 Stunden vor der Prüfung noch eine Wasserlagerung, so ergab sich etwa wieder die Biegezugfestigkeit der vergleichbaren stets feucht gelagerten Balken. Auch B. W. Shacklock und P. W. Keene [29] untersuchten Balken von 10 cm × 10 cm × 50 cm Kantenlänge aus Beton mit W/Z-Werten zwischen 0,42 und 0,80, mit unterschiedlichem Zementgehalt und verschiedener Zuschlagzusammensetzung sowie mit und ohne LP-Zusatzmittel. Im Alter von 28 Tagen war die Biegezugfestigkeit der Balken, die bis zur Prüfung an der Luft im Laboratorium mit nicht festgelegten, natürlich wechselnden Bedingungen lagerten, um 16 bis 41 % geringer als die der wassergelagerten Balken. Der auf die Biegezugfestigkeit der wassergelagerten Balken bezogene Festigkeitsunterschied war zu diesem Zeitpunkt im großen ganzen bei Beton höherer Güte etwas ausgeprägter als bei weniger festem Beton und bei Beton mit LP-Zusatzmittel etwas geringer als bei Beton ohne LP-Zusatzmittel (vgl. auch Abschnitt 5.1.4). Bei Versuchen von O. Graf und K. Walz [13] an Straßenbetonen mit verschiedenen Zementen und einem W/Z-Wert von 0,50 nahm die Biegezugfestigkeit während einer 63tägigen Luftlagerung, die auf eine 28- bzw. 182tägige Wasserlagerung folgte, zunächst je nach Zement um etwa 20 bis 40 % ab und anschließend wieder langsam zu. Die Druckfestigkeit wuchs im allgemeinen zu Beginn der Luftlagerung stärker an als bei ständiger Wasserlagerung. Bild 8 zeigt den Verlauf der Festigkeiten in Abhängigkeit von der Lagerung für einen Zement. Während die höheren Druckfestigkeiten der Luftlagerung echte Festigkeitsunterschiede zwischen trockenem und durchfeuchtetem Beton aufweisen, ist die vorübergehende starke Abminderung der Biegezugfestigkeit im wesentlichen auf Schwindspannungen zurückzuführen. In Bild 9 sind die Biegezugfestigkeiten nach 28- und 182tägiger Wasserlagerung und ihre Kleinstwerte bei anschließendem Austrocknen für verschiedene Zemente dargestellt. Die Kleinstwerte der Biegezugfestigkeit traten bei vorher 28 Tage wassergelagerten Betonbalken von 10 cm × 10 cm × 56 cm Kantenlänge vorwiegend nach etwa 9tägigem Austrocknen, bei Mörtelprismen von 4 cm × 4 cm × 16 cm Kantenlänge vorwiegend nach 2- bis 4tägigem Austrocknen und bei vorher 182 Tage wassergelagerten Betonbalken vorwiegend nach etwa 28tägigem Austrocknen auf. Am Ende der 63tägigen Austrocknungszeit betrug die Biegezugfestigkeit der vorher 28 Tage wassergelagerten Balken je nach Zement 73 bis 106 % und die der vorher 182 Tage wassergelagerten Balken 69 bis 97 % ihrer Ausgangswerte nach 28 bzw. 182 Tagen. Ein Wiederdurchfeuchten ergab bereits nach einem Tag deutlich höhere Biegezugfestigkeiten bei Betonbalken, die vorher 7 Tage feucht und 21 Tage an Luft lagerten, aber teilweise zunächst geringere

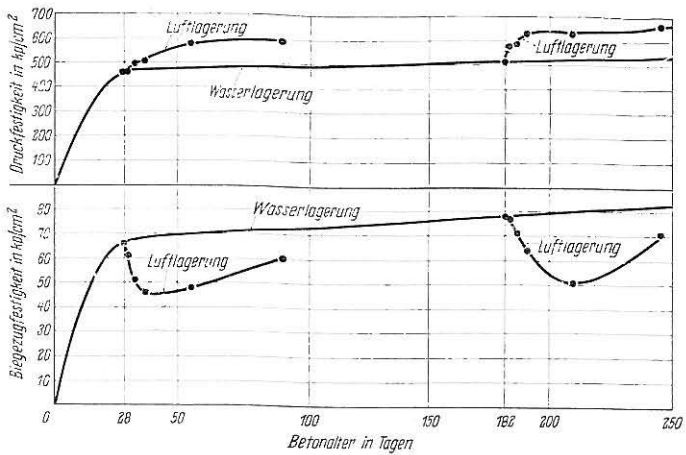


Bild 8 Biegezug- und Druckfestigkeit des Betons in Abhängigkeit von der Nachbehandlung nach Versuchen von O. Graf und K. Walz ($Z \approx 325 \text{ kg/m}^3$; $W/Z = 0,50$)

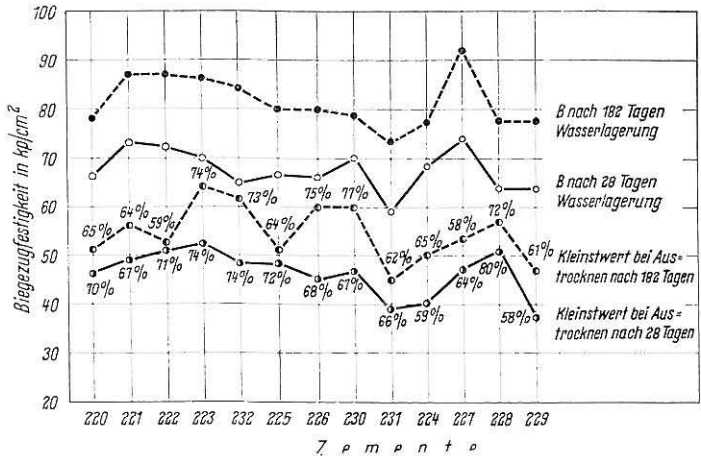


Bild 9 Biegezugfestigkeit des Betons in Abhängigkeit vom Zement und der Nachbehandlung nach Versuchen von O. Graf und K. Walz ($Z \approx 325 \text{ kg/m}^3$; $W/Z = 0,50$)

Biegezugfestigkeiten bei Betonbalken, die vorher 7 Tage feucht und 175 Tage an Luft lagerten.

Außer der Feuchtigkeit beeinflusst auch die Temperatur die Biegezugfestigkeit des Betons in zweifacher Weise. Die Erhärtung wird durch niedrigere Temperaturen verzögert und durch höhere beschleunigt. Im erhärteten Beton verursachen Temperaturänderungen ein Temperaturgefälle im Betonquerschnitt, das Temperaturspannungen zur Folge hat, die die Biegezugfestigkeit ähnlich wie die Spannungen aus Schwinden und Quellen verändern und bei häufigen und raschen Wechseln und bei

großen Temperaturunterschieden in Betonbauteilen zu Gefügelockerungen und Rissen führen können [33, 34].

Zusammenfassend ist festzustellen, daß die Biegezugfestigkeit mit dem Alter des Betons vorwiegend bis zum 28. Tag zunimmt und durch Wechsel in der Feuchtigkeit und der Temperatur verändert wird. Lagerungswechsel verursachen bei Wasserabgabe Schwindspannungen, bei Wasseraufnahme Quellschwindspannungen und bei Temperaturänderungen Temperaturspannungen. Schwindspannungen und Temperaturspannungen infolge Erwärmens der Proben vermindern die Biegezugfestigkeit, Quellschwindspannungen und Temperaturspannungen infolge Abkühlens erhöhen sie in der Regel. Die Biegezugfestigkeit ist daher bei Eignungs- und Güteprüfungen an Balken zu ermitteln, die stets feucht und bei gleichbleibender Temperatur gelagert und geprüft werden (vgl. DIN 1048). Es ist jedoch zu beachten, daß die so ermittelten Werte von der Biegezugfestigkeit der Bauteile in der Regel auch deshalb abweichen, weil die meisten Bauteile häufig wechselnden Temperatur- und Feuchtigkeitsbedingungen ausgesetzt sind und ihre Biegezugfestigkeit von Schwind-, Quell- und Temperaturspannungen überlagert sein kann.

5.3 Prüfverfahren

Die meßbaren und bestimmbaren Eigenschaften der Baustoffe sind keine absoluten Größen, sondern stets auf ein bestimmtes Prüfverfahren bezogen, das den praktischen Verhältnissen möglichst nahe kommen soll, vor allem aber reproduzierbare Ergebnisse liefern muß. Daher ist die Prüfung der Biegezugfestigkeit des Betons schon seit langem in DIN 1048 festgelegt. Um aber die Empfindlichkeit und die Fehleranfälligkeit des Verfahrens abschätzen und die Ergebnisse auch mit denen anderer Prüfverfahren vergleichen zu können, ist es notwendig, den Einfluß der verschiedenen Verfahren zu kennen. Dies sind für die Biegezugfestigkeit besonders die Art und Anordnung der Belastung, die Art der Lasteinleitung und der Balkenabstützung, die Oberflächenbeschaffenheit und die Prüflage der Balken und die Prüfgeschwindigkeit.

Auf Bild 5 sind die Belastungsanordnungen angegeben, die bei der Biegeprüfung des Betons häufig angewendet werden (vgl. Abschnitt 4). Daneben wurden auch Kragbalken mit einer Einzellast und auf zwei Stützen gelagerte Balken mit zwei etwas anders angeordneten Einzellasten geprüft [25, 32].

Maßgebend für die Beanspruchung ist in der Regel das Maximalmoment. Bei mittiger Einzellast ergibt sich eine dreiecksförmige Momentenverteilung mit dem Maximalmoment unter der Einzellast, bei zwei Einzellasten in den Drittelpunkten der Stützweite erhält man eine trapezförmige Momentenverteilung. Da im Falle der Drittelpunktbelastung das Maximalmoment auf einem Drittel der Stützweite vorhanden ist, wird dort eher eine schwächere Stelle des Balkens im Bereich des Maximalmoments erfaßt, an der die Zugfestigkeit des Betons zuerst überschritten wird und die dann für die Biegezugfestigkeit des Balkens maßgebend ist. Aus diesem Grunde liefert die Drittelpunktbelastung geringere, aber auch weniger streuende Ergebnisse als die mittige Einzellast. Diese Überlegungen werden durch zahl-

reiche Versuche [5, 6, 25, 27, 32] und statistische Auswertungen [6, 35] bestätigt. Bei den Versuchen von W. F. Kellermann [27] war die Biegezugfestigkeit von Betonbalken $15\text{ cm} \times 15\text{ cm} \times 52\text{ cm}$, $15\text{ cm} \times 15\text{ cm} \times 75\text{ cm}$ und $20\text{ cm} \times 20\text{ cm} \times 68\text{ cm}$ bei mittlerer Einzellast im Mittel um 15% größer als bei Drittelpunktbelastung, wenn zur Errechnung der Biegezugfestigkeit das Maximummoment unter der Einzellast zugrunde gelegt wurde. Der Festigkeitsunterschied betrug jedoch nur 7%, wenn bei mittlerer Einzellast das an der Bruchstelle vorhandene Moment berücksichtigt wurde. H. F. Gonnerman und E. C. Shuman [32] ermittelten die Biegezugfestigkeit auch an Kragbalken, die am freien Ende mit einer Einzellast belastet wurden und deren Stützweite wegen der Einspannung stets etwas kleiner war als die der auf zwei Stützen gelagerten Balken, die mit Einzellasten in den Drittelpunkten oder in Stützweitenmitte geprüft wurden. Bei mittlerer Einzellast war die Biegezugfestigkeit etwa 10 bis 20% größer als bei Drittelpunktbelastung, aber – vermutlich wegen der etwas größeren Stützweiten – im Mittel um 5% kleiner als bei Kragarmbelastung. G. Naschold [5] fand an 5 Monate alten Mörtelbalken von 10 cm Höhe und 7 cm Breite bei mittlerer Einzellast etwa um 10 bis 24% größere Biegezugfestigkeiten als bei Drittelpunktbelastung. Der Festigkeitsunterschied nahm bei konstanten Querschnittsabmessungen wesentlich eindeutiger als bei den vorher genannten Versuchen [27, 32] mit wachsendem l/h ab und betrug bei $l/h = 3$ etwa 24% und bei $l/h = 10$ etwa 10%. Bei Versuchen von P. J. F. Wright [6], dessen Ergebnisse Tafel 2 enthält, ergab mittige Einzellast etwa 15 bis 30% größere Biegezugfestigkeiten als Drittelpunktbelastung, aber ebenfalls nicht eine so eindeutige Abhängigkeit des Festigkeitsunterschieds von l/h wie bei den Versuchen von G. Naschold [5].

St. Walker und D. L. Bloem [36] führten einige Versuche mit fünf verschiedenen Vorrichtungen für die *Lasteinleitung und Abstützung* der Balken durch, bei denen die Lasten in den Drittelpunkten angeordnet waren. Dabei wurde mit den Balken, bei denen Einzellasten und Auflagerkräfte durch Rollen und Kugelgelenke auf ganzer Balkenbreite eingeleitet wurden, etwa die gleiche Biegezugfestigkeit erzielt wie mit Balken, bei denen an Abstützungs- und Lasteinleitungsstelle keine bewegliche Lagerung vorhanden war. Gleiche Biegezugfestigkeit hatten aber auch Balken, bei denen Lasten und Auflagerkräfte zur Nachahmung des Einflusses unebener Balkenflächen nur an jeweils zwei Punkten übertragen wurden, die in Richtung der Balkenbreite so versetzt angeordnet waren, daß der Balken auch etwas auf Torsion beansprucht wurde. Etwa 10% geringere Biegezugfestigkeit ergab sich nur bei leicht verschieblichen Auflagern und bei Balken, deren Auflagerkräfte und Einzellasten punktförmig und in Richtung der Balkenbreite so versetzt eingeleitet wurden, daß gleichzeitig maximale Torsionsspannungen entstanden.

St. Walker und D. L. Bloem [36] untersuchten auch den Einfluß der *Prüflage der Balken*. Etwa gleichgroße Biegezugfestigkeiten hatten Balken aus schwach plastischem Beton ($Z = 300\text{ kg/m}^3$; $W/Z = 0,54$), obwohl bei der Biegeprüfung je einmal die bei der Herstellung obere, untere oder seitliche Balkenfläche in der Zugzone lag. Diese Ergebnisse bestätigten im wesent-

lichen die Versuche von D. A. Abrams [31], B. W. Shacklock und P. W. Keene [29] fanden jedoch durchweg für die Herstellungsseitenfläche als Zugzone etwas geringere Biegezugfestigkeiten als für die Herstellungsunterseite. Nach den allgemeinen Erfahrungen dürften Balken aus schwachplastischem Beton keine wesentlichen Unterschiede zeigen, wenn die Formen mit genügend Überstand gefüllt und so mit Auflast verdichtet werden. Bei Balken aus weichem Beton dürften die Herstellungsobenseite und teilweise auch die Seitenflächen wegen der geringeren Auflast beim Verdichten und des möglichen Entmischens etwas weniger fest sein als die Unterseite der Balken.

Auch die Belastungsgeschwindigkeit beeinflusst die Biegezugfestigkeit [16]. Bei Versuchen von P. J. F. Wright [6] ergab eine Erhöhung der Belastungsgeschwindigkeit von 1,4 auf 80 kp/cm² je Minute etwa 15% größere Biegezugfestigkeiten. A. T. Goldbeck [10] fand etwa 20% größere Biegezugfestigkeiten für eine Erhöhung der Belastungsgeschwindigkeit von etwa 8 auf 38 kp/cm² je Minute. Wegen dieser Abhängigkeit schlug P. J. F. Wright [6] für die Biegeprüfung eine konstante Belastungsgeschwindigkeit von 7 kp/cm² je Minute und K. E. C. Nielsen [7] eine Belastungsgeschwindigkeit von 15 kp/cm² je Minute vor. Nach DIN 1048 wird mit einer relativ hohen Belastungsgeschwindigkeit von 60 kp/cm² je Minute geprüft. — In jüngerer Zeit wird häufig gefordert, an Stelle einer konstanten Belastungsgeschwindigkeit eine konstante Verformungsgeschwindigkeit einzuhalten und alle Probekörper, auch sehr verschiedener Abmessungen und Betongüte, während einer gleichen Zeit, z. B. von 2 Minuten, bis zum Bruch zu belasten. Die letzte Forderung setzt voraus, daß auch die Bruchdehnung für Betone verschiedener Güte nicht sehr verschieden ist, wie dies für die Bruchstauchung verschiedentlich — allerdings vorwiegend bei Versuchen mit gleicher Belastungsgeschwindigkeit — nachgewiesen wurde [37]. Obwohl der Gedanke der konstanten Verformungsgeschwindigkeit sicherlich richtiger ist, erscheint wenigstens für Routineuntersuchungen das Prüfen mit konstanter Belastungsgeschwindigkeit zweckmäßiger, da die meisten im Gebrauch befindlichen Prüfmaschinen nicht auf einfache Weise genügend genau und unter Berücksichtigung der Eigenverformung der Prüfmaschine mit konstanter Verformungsgeschwindigkeit der Probe betrieben werden können. Gegen eine konstante Prüfzeit ohne Kenntnis der Verformung der Probe spricht auch, daß die Festigkeit in der Regel im voraus nicht bekannt ist.

Zusammenfassend läßt sich aus diesen Ergebnissen folgern, daß auf die Biegezugfestigkeit nur die Belastungsanordnung und die Prüfgeschwindigkeit sowie teilweise auch die Prüflage der Balken einen wesentlichen Einfluß haben. Geringe Unebenheiten der Balkenflächen an den Lasteinleitungs- und Abstützungsstellen und gleichzeitig auftretende geringe Torsionsbeanspruchungen verändern die Biegezugfestigkeit nicht merklich. Bei Belastung mit zwei Einzellasten in den Drittelpunkten der Stützweite ergeben sich bei Balken üblicher Abmessungen etwa um 10 bis 30% geringere Biegezugfestigkeiten als bei mittiger Einzellast. Dieser Festigkeitsunterschied wird mit wachsenden Balkenabmessungen und mit wachsender Stützweite

kleiner und möglicherweise bei sehr großen Balken ganz verschwinden (vgl. Abschnitt 5.4).

5.4 Abmessungen der Balken

Die Festigkeiten eines Stoffes sind in der Regel nicht nur von der Beschaffenheit des zu prüfenden Stoffes und dem eigentlichen Prüfverfahren abhängig, sondern auch von der Gestalt und Größe der Prüfkörper [38]. Wenn auch über das „Wie“ und „Warum“ dieser Abhängigkeit nicht immer eine einheitliche Auffassung besteht, so fanden diese Erkenntnisse für die Druckfestigkeit doch ihren Niederschlag in DIN 1048. Dort ist für 10 cm-Würfel eine 15 % größere und für 30 cm-Würfel eine 10 % kleinere Druckfestigkeit anzunehmen als für 20 cm-Würfel.

Bei Versuchen von H. F. Gonnerman und E. C. Shuman [32] ergaben 17,5 cm hohe und 25 cm breite Betonbalken mit zunehmender Stützweite von 35 auf 155 cm – d. h. l/h zunehmend von 1,7 auf 8,6 – bei Dreipunktbelastung keine systematische Änderung der Biegezugfestigkeit, bei mittlerer Einzellast jedoch eine Abnahme von etwa 10 %. Während sich die Biegezugfestigkeit mit der Balkenbreite nicht systematisch veränderte, nahm sie bei Balken mit einer Stützweite von 90 cm und einer Breite zwischen 10 und 25 cm mit Vergrößern der Balkenhöhe von 10 auf 25 cm – d. h. l/h abnehmend von 9 auf 3,6 – um 0 bis 10 % ab. Ein systematischer Unterschied zwischen dem Verhalten der Biegezugfestigkeit bei Dreipunktbelastung und bei mittlerer Einzellast war dabei nicht festzustellen. F. V. Reagel und T. F. Willis [39] berichteten über die Prüfung von 10 bis 25 cm hohen und breiten Betonbalken in verschiedenen Laboratorien bei Dreipunktbelastung und Stützweiten von 45 bis 90 cm. Bei allen Breiten und Stützweiten nahm die Biegezugfestigkeit mit wachsender Balkenhöhe von 10 auf 25 cm und dabei abnehmendem l/h von 9 bis auf 1,8 im Mittel um 7 bis 15 % ab. Diese Abnahme war bei den kleinen Stützweiten und wenig breiten Balken etwas ausgeprägter als bei den übrigen. Während ein alleiniges Vergrößern der Balkenbreite die Biegezugfestigkeit kaum veränderte, hatten ein alleiniges Anwachsen der Stützweite von 45 auf 90 cm und ein entsprechendes Anwachsen von l/h bei Balken geringer Höhe im Mittel 5 %, bei Balken großer Höhe im Mittel 2 % kleinere Biegezugfestigkeiten zur Folge. Bei Balken mit konstantem l/h nahm die Biegezugfestigkeit mit wachsender Höhe und Stützweite ab, im Mittel um etwa 10 % bei $l/h = 3$ (mit zunehmendem l von 45 auf 75 cm und h von 15 auf 25 cm) und bei $l/h = 4,5$ (mit zunehmendem l von 45 auf 90 cm und h von 10 auf 20 cm). Versuche von O. Graf [25] ergaben bei Dreipunktbelastung für verschieden hohe Balken (4 bis 10 cm) etwa gleiche Biegezugfestigkeiten. W. F. Kellermann [27] berichtete, daß sowohl bei mittlerer Einzellast als auch bei Dreipunktbelastung 15 cm hohe und breite Balken mit einer Stützweite von 46 cm und $l/h = 3,1$ im Mittel 5 % größere Biegezugfestigkeiten aufwiesen als gleich hohe und breite Balken mit einer Stützweite von 69 cm und $l/h = 4,6$, aber im Mittel 9 % größere Biegezugfestigkeiten als 20 cm hohe und breite Balken mit einer Stützweite von 61 cm und ebenfalls $l/h = 3,1$. G. Naschold [5] ermittelte die Biegezugfestigkeit an Mörtelbalken von

10 cm Höhe und 7 cm Breite und fand mit wachsender Stützweite von 25 auf 100 cm und zunehmendem l/h von 2,5 auf 10 bei mittlerer Einzellast insgesamt um rund 12% geringere, bei Dreifelpunktbelastung nahezu unveränderte Biegezugfestigkeiten.

Ergebnisse neuerer Versuche sind in Tafel 2 wiedergegeben. P. J. F. Wright [6] untersuchte 7,5 bis 20 cm hohe und breite Betonbalken bei einer Stützweite von 23 bis 68 cm ($l/h = 3$ bis 9). Die Biegezugfestigkeit nahm bei konstantem l/h mit wachsender Höhe, Breite und Stützweite der Balken ab. Die Abnahme bei $l/h = 3$ betrug bei mittlerer Einzellast insgesamt 38%, bei Dreifelpunktbelastung 25% und wurde mit zunehmendem l/h geringer. Da die Biegezugfestigkeit von Betonbalken gleicher Höhe und Breite mit wachsender Stützweite, d. h. auch wachsendem l/h , bei mittlerer Einzellast nur etwa bis 10% und bei Dreifelpunktbelastung vorwiegend bis 5% abnahm, ist der größere Anteil der Festigkeitsabminderungen dieser Versuche den Querschnittsänderungen zuzuschreiben. Wright ging den Ursachen weiter nach und verglich die Biegezugfestigkeit kleiner Balken, die aus der Herstellungsunterseite und -oberseite großer Balken herausgesägt wurden, mit der Biegezugfestigkeit großer und gesondert hergestellter kleiner Balken. Dabei ergab sich, daß die mittlere Biegezugfestigkeit aller 7,5 cm hohen und breiten Balken, die aus einem Balken von 20 cm Höhe und Breite herausgesägt wurden, 11% kleiner war als die der gleichgroßen gesondert hergestellten Balken, aber 2,6% größer als die Biegezugfestigkeit der großen Balken. Die aus der Herstellungsunterseite herausgesägten Balken hatten eine 10,5% größere Biegezugfestigkeit als die großen Balken und eine 15,3% größere Biegezugfestigkeit als die aus der Herstellungsoberseite herausgesägten Balken. P. J. F. Wright

Tafel 2 Biegezugfestigkeit des Betons, abhängig von den Balkenabmessungen und der Belastungsart, nach P. J. F. Wright und K. E. C. Nielsen

Autor	l/h	Balken- höhe h cm	Balken- breite a cm	Stütz- weite l cm	Biegezugfestigkeit		
					Mittige Einzellast kp/cm ²	Drittels- punkt- belastung kp/cm ²	
Wright	3	7,5	7,5	22,8	42	33	
		10	10	30,6	39	30	
		15	15	45,6	30	26	
		20	20	61,0	28	23	
	4,5	7,5	7,5	34,3	37	32	
		10	10	45,6	38	31	
		15	15	68,4	29	25	
		6	7,5	7,5	45,6	39	33
	9	10	10	61,0	36	29	
		7,5	7,5	68,4	40	31	
	Nielsen	10	10	15	100	—	47,6
		6,7	15	15	100	—	47,0
5		20	15	100	—	47,3	

fürte die geringere Biegezugfestigkeit größerer Balken zurück:
auf die Differenz im Eigengewicht der Balken zu 0,6 %,
auf die größere statistische Fehlermöglichkeit bei größeren Balken zu 8,5 %,
auf Unterschiede in der Betongüte zu 11 %.
(Prozentangaben vom jeweiligen Größtwert der Biegezugfestigkeit.)

K. E. C. Nielsen [7] untersuchte Betonbalken von 10, 15 und 20 cm Höhe und 15 cm Breite bei 100 cm Stützweite, Drittelpunktbelastung und auf den Querschnitt bezogen gleicher Belastungsgeschwindigkeit und fand nahezu gleichgroße Biegezugfestigkeiten für die unterschiedlich hohen Balken (vgl. Tafel 2). Bei Versuchen von A. Voellmy [40] an Balken von 20 cm Höhe und Breite sank die Biegezugfestigkeit mit wachsender Stützweite von 50 auf 150 cm bei mittiger Einzellast insgesamt um etwa 20 %, bei Drittelpunktbelastung jedoch nicht mehr eindeutig. Auch bei Versuchen von St. Walker und D. L. Bloem [36] nahm die 28 Tage-Biegezugfestigkeit von Balken mit Querschnitten von 7,5 cm × 10 cm, 15 cm × 15 cm, 20 cm × 20 cm und 25 cm × 25 cm bei $l/h = 3$ und Drittelpunktbelastung mit wachsender Balkengröße bei 25 mm Zuschlaggrößtkorn um etwa 9 % und bei 50 mm Größtkorn um etwa 20 % ab. Die Biegezugfestigkeit gesondert hergestellter Balken von 7,5 cm × 10 cm × 40 cm Kantenlänge war etwa 24 % größer als die mittlere Biegezugfestigkeit aller gleichgroßen Balken, die aus größeren Balken von 15 cm × 15 cm × 90 cm Kantenlänge herausgesägt wurden. Dabei wurden alle Balken auf einer Herstellseitenfläche belastet. C. P. Lindner und J. C. Sprague [41] prüften Balken von 15, 22,5, 30 und 40 cm Höhe und Breite bei $l/h = 3$ und Drittelpunktbelastung und fanden mit wachsender Balkengröße bis zu 15 % kleinere Biegezugfestigkeiten. Eigene Versuche an Betonbalken 70 cm × 15 cm × 10 cm, die zunächst bei einer Stützweite von 60 cm und deren Bruchhälften anschließend bei einer Stützweite von 30 cm mit mittiger Einzellast geprüft wurden, ergaben nach 7 und 28 Tagen für die kleinere Stützweite etwa 4 bis 9 % größere Biegezugfestigkeiten. – Soweit nachprüfbar, nahm bei den meisten Versuchen die Streuung der Festigkeitswerte mit wachsender Balkengröße ab.

Zusammenfassend kann aus den bisherigen Versuchen gefolgert werden, daß im Bereich üblicher Abmessungen größere Balken geringere Biegezugfestigkeiten ergeben als kleinere. Jedoch beeinflußt die Balkenbreite die Biegezugfestigkeit nahezu nicht. Vergrößert man bei Balken gleicher Querschnittsabmessungen die Stützweite und damit auch l/h , so ergeben sich bei mittiger Einzellast vorwiegend bis zu etwa 15 % geringere, bei Drittelpunktbelastung aber im Mittel nur geringfügig veränderte Biegezugfestigkeiten. Ein alleiniges Vergrößern der Höhe führte bei Balken gleicher Breite und Stützweite trotz abnehmendem l/h zu einer Abnahme der Biegezugfestigkeit von vorwiegend 5 bis 25 % bei mittiger Einzellast und bis zu etwa 20 % bei Drittelpunktbelastung. Die wenigen Versuche von K. E. C. Nielsen an Balken verschiedener Höhe und großer Stützweite deuten jedoch an, daß dem Einfluß der Balkenabmessungen auf die Biegezugfestigkeit von einer bestimmten Balkengröße an wohl

eine Grenze gesetzt ist, wenn Balken verschiedener Größe in gleicher Betongüte hergestellt werden, was in der Vergangenheit nicht immer gelang. Die geringere Biegezugfestigkeit größerer Balken dürfte dann im wesentlichen wohl darauf zurückzuführen sein, daß bei größeren Balken eher eine schwächere Stelle in dem Bereich erfaßt wird, in dem wenigstens etwa 90 % des Maximalmomentes vorhanden sind. Diese Überlegungen werden auch dadurch bestätigt, daß die Verminderung der Biegezugfestigkeit und die Streuung der Ergebnisse im allgemeinen bei Dreipunktbelastung geringer sind als bei mittlerer Einzellast und bei größeren Balken geringer als bei kleineren. Der Verhältnismwert l/h kennzeichnet die Veränderung der Biegezugfestigkeit mit der Balkengröße ohne zusätzliche Angaben nicht genügend, da sich die Biegezugfestigkeit selbst bei gleichem l/h , aber verschieden großen Balken mit der Höhe oder Stützweite sehr unterschiedlich verändern kann und da sie bei Balken gleicher Höhe mit zunehmendem l/h , bei Balken gleicher Stützweite mit abnehmendem l/h im allgemeinen abnimmt.

6. Verhältnis der Biegezugfestigkeit zur Druckfestigkeit

Alle Größen, die die Biegezugfestigkeit des Betons anders beeinflussen als seine Druckfestigkeit, verändern die Verhältnismwerte der Festigkeiten. Nach A. Hummel [16] – auch zahlreiche andere Versuche bestätigen das – besteht zwischen Druck- und Biegezugfestigkeit des Betons keine geradlinige, sondern eine parabolische Abhängigkeit nach der Gleichung $B = D^x$ und liegen die x -Werte bei Prüfung nach DIN 1048 für üblichen Kiessandbeton etwa zwischen 0,60 und 0,66, für Splittbeton etwa zwischen 0,66 und 0,72. Bei neueren Versuchen [16] ergaben sich für Kiessandbeton etwas größere Werte.

Der lineare Verhältnismwert D/B nimmt mit dem Alter und der Druckfestigkeit des Betons zu und daher auch mit allen Maßnahmen, die die Druckfestigkeit des Betons verbessern, wie z. B. der Verringerung des W/Z -Wertes. Er ist bei feinkörnigen Zuschlaggemischen und bei Beton mit gebrochenem und oberflächenrauhem Zuschlag deutlich kleiner als bei grobkörnigen Gemischen und als bei Beton mit glattem und kugeligem Zuschlagkorn. Auch eine Verringerung des Zuschlaggrößtkorns wird bei etwa gleichem W/Z -Wert und vollständiger Verdichtung kleinere Verhältnismwerte D/B zur Folge haben. Da auch die Probekörperabmessungen sowie die Art des Prüfverfahrens und der Nachbehandlung die Festigkeiten und ihre Verhältnismwerte verändern, können Zahlenwerte nur mit Vorbehalt genannt werden. In Tafel 3 sind mittlere Verhältnismwerte D/B angegeben, und zwar in Spalte 2 für stets feucht gelagerte Würfel von 10 cm Kantenlänge und Balken $10\text{ cm} \times 10\text{ cm} \times 56\text{ cm}$ nach Versuchen von Graf und in den Spalten 3 und 4 für Kiessand- und Splittbetone, bei denen Probekörper, Lagerung und Prüfung DIN 1048 entsprachen, nach Versuchen von A. Hummel, K. Walz und Verfasser. Bei Berücksichtigung auch des ausländischen Schrifttums schwankt der Verhältnismwert D/B für Betongüten B 160 bis B 600 bei Kiessandbeton vorwiegend zwischen 5 und 12, bei Splittbeton vorwiegend zwischen 4 und 10 [13, 14, 16, 24, 25, 42].

Tafel 3 Mittlere Verhältniswerte zwischen Druckfestigkeit D und Biegezugfestigkeit B nach deutschen Versuchen

Betondruckfestigkeit kp/cm ²	Mittlere Verhältniswerte D/B nach Versuchen		
	von Graf für feuchtgelagerte 10 cm-Würfel und Balken 56 · 10 · 10 cm	von Hummel, Walz und Verfasser für Probekörper, Lagerung und Prüfung nach DIN 1048	
		Kiessandbeton	Splittbeton
100	4,2	5,0	4,0
200	4,8	5,9	4,7
300	5,4	6,8	5,4
400	6,1	7,5	6,0
500	6,9	8,3	6,8
600	7,5	9,0	7,5

7. Verhältnis der Biegezugfestigkeit zur Zugfestigkeit und Spaltzugfestigkeit

Für den Verhältniswert Biegezugfestigkeit zu Zugfestigkeit ist es noch schwieriger, Richtwerte anzugeben, da zu den schwer abschätzbaren Einflußgrößen der Biegezugfestigkeit die Unsicherheiten der unmittelbaren Zugprüfung kommen. H. F. Gönnerman und E. C. Shuman [2] prüften feucht gelagerte Balken 17,5 cm × 25 cm × 97 cm mit Drittelspunktbelastung auf Biegezugfestigkeit B und Zylinder 15 cm/45 cm unmittelbar auf Zugfestigkeit Z. Der Verhältniswert B/Z wurde mit abnehmendem W/Z-Wert, mit wachsender Betongüte und zunehmendem Alter kleiner und lag für Betongüten B 100 bis B 600 etwa zwischen 2,0 und 1,6. Bei älteren deutschen Versuchen ergaben sich B/Z-Werte zwischen 1,8 und 2,7 [43]. O. Graf [25] fand an feucht gelagerten Proben mit 20 cm × 20 cm Querschnitt aus 11 Versuchen einen mittleren B/Z-Wert von 2,1. In jüngerer Zeit wird die Biegezugfestigkeit B auch häufiger mit der Spaltzugfestigkeit Z_s verglichen. Da die Spaltzugprüfung trotz des zweiachsigen Spannungszustandes zuverlässigere Ergebnisse liefert als die unmittelbare Zugprüfung, sind dabei auch zuverlässigere Verhältniswerte zu erwarten. In Tafel 4 sind Verhältniswerte B/Z_s in Abhängigkeit von der Betongüte, der Spaltzugfestigkeit sowie der Biegezugfestigkeit und ihren Prüfbedingungen angegeben, die aus der Literatur entnommen wurden. Wenn auch diese Ergebnisse nicht ganz übereinstimmen, was sicherlich teilweise auf die ungleichen Versuchsbedingungen zurückzuführen ist, so ist doch den meisten Versuchen zu entnehmen, daß der Verhältniswert B/Z_s vorwiegend zwischen 2,2 und 1,1 liegt und mit wachsender Betongüte abnimmt. Der Fehler dürfte sich daher in Grenzen halten, wenn angenommen wird, daß die Biegezugfestigkeit etwa 2mal so groß ist wie die reine Zugfestigkeit und etwa 1,5mal so groß wie die Spaltzugfestigkeit.

Tafel 4 Verhältnswerte zwischen Biegezug- und Spaltzugfestigkeit

Lfd. Nr.	Autor	Biegezugfestigkeit B		Spaltzugfestigkeit Z_s an Zylindern ϕ 15 cm, h = 30 cm kp/cm ²	Druckfestigkeit D kp/cm ²	Verhältnswert B/ Z_s	
		Prüfbedingungen	kp/cm ²				
1	Akazawa [44]	Mittige Einzellast Balken 15 × 15 × 80 cm	10 ... 55	5 ... 28	40 ... 331	1,4 ... 2,6	unabhängig von der Betongüte
2	Ramesh u. Chopra [20]	Mittige Einzellast Balken 10 × 10 × 50 cm	34 ... 68	16 ... 36	186 ... 509	1,9 ... 2,2	
3	Thaulow [45]	Drittelpunktbelastung Balken 15 × 15 × 52,5 cm	—	—	—	1,7	
4	Walker u. Bloem [19]	Drittelpunktbelastung Balken 15 × 15 × 90 cm	30 ... 55	24 ... 37	163 ... 418	1,1 ... 1,6	zunehmend mit der Betongüte
5	Efsen u. Glarbo [21]	Drittelpunktbelastung Balken 10 × 10 × 60 cm	16 ... 42	11 ... 33	95 ... 455	1,5 ... 1,1	vorwiegend abneh- mend mit zunehmender Betongüte
6	Rüsch u. Vigerusl [46]	Mittige Einzellast Balken 10 × 15 × 70 cm	43 ... 48 *)	28 ... 38 *)	200 ... 630	1,6 ... 1,2	
7	Narrow u. Ullberg [48]	Drittelpunktbelastung Balken 15 × 15 × 52,5 cm	38 ... 65	20 ... 47	Beton aus gebro- chenem Zuschlag oder Kiessand **)	1,9 ... 1,4	
8	Grieb u. Werner [47]	Drittelpunktbelastung Balken 15 × 15 × 52,5 cm	25 ... 67	13 ... 44	94 ... 516 Kalksteinbeton	2,0 ... 1,3	
9			18 ... 55	10 ... 40	83 ... 466 Kalksteinbeton	2,0 ... 1,2	
10			30 ... 50	21 ... 42	203 ... 690 Leichtbeton	1,7 ... 1,1	

*) Diese Proben lagerten allerdings 1 Woche unter feuchten Tüchern und anschließend 3 Wochen an der Luft im Laboratorium

**) Druckfestigkeit wurde nicht mitgeteilt

8. Schlußfolgerung

Für die an Betonbalken ermittelte Biegezugfestigkeit gilt folgendes:

8.1 Die Biegezugfestigkeit nimmt mit der Güte und mit dem Alter des Betons vorwiegend bis zum 28. Tag zu. Sie nimmt mit wachsendem W/Z-Wert ab, im Bereich größerer W/Z-Werte weniger als im Bereich kleinerer, bei älteren Betonen weniger als bei jüngeren und insgesamt deutlich weniger als die Druckfestigkeit.

8.2 Die Biegezugfestigkeit von Splittbeton ist rund 10 bis 20 % größer als bei Kiessandbeton gleicher Druckfestigkeit. Das setzt jedoch voraus, daß der Splittbeton vollständig verdichtet und sein W/Z-Wert im Vergleich zum Kiessandbeton nicht oder nur wenig erhöht wird.

8.3 Trotz nicht ganz übereinstimmender Ergebnisse ist zu erwarten, daß bei gleichem W/Z-Wert, gleicher Zementleimenge und vollständiger Verdichtung Betone mit sandreicherem Zuschlaggemisch und kleinerem Größtkorn etwas größere Biegezugfestigkeiten ergeben.

8.4 Lagerungswechsel können Schwind-, Quell- und Temperaturspannungen zur Folge haben, die die Biegezugfestigkeit verändern. Beim Austrocknen der Betonbalken kann die Biegezugfestigkeit je nach Zement, Beton und Lagerungsbedingung vorübergehend um etwa 10 bis 50 % vermindert werden.

8.5 Im Bereich üblicher Abmessungen ist die Biegezugfestigkeit bei Dreipunktbelastung um 10 bis 30 % kleiner als bei mittiger Einzellast und bei größeren Balken geringer als bei kleineren.

8.6 Der Verhältniswert Druckfestigkeit zu Biegefestigkeit nimmt mit feiner werdendem Zuschlaggemisch ab, mit der Güte und dem Alter des Betons zu und liegt für Betongüten B 160 bis B 600 bei Kiessandbeton etwa zwischen 5 und 12, bei Splittbeton etwa zwischen 4 und 10. Die Biegezugfestigkeit ist etwa 2mal so groß wie die Zugfestigkeit und etwa 1,5mal so groß wie die Spaltzugfestigkeit.

SCHRIFTTUM :

- [1] Walz, K.: Die Prüfung der Rohwichte, Reinwichte und des Hohlraumgehaltes sowie der Festigkeit des erhärteten Betons. Handbuch der Werkstoffprüfung. 3. Bd. Prüfung nichtmetallischer Baustoffe. 2. Aufl. Springer-Verlag, Berlin/Göttingen/Heidelberg 1957, S. 411/425.
- [2] Gonnerman, H. F., und E. C. Shuman: Compression, flexure and tension tests of plain concrete. Proc. Amer. Soc. Test. Mat. 28 (1928) Part. II, S. 527/552.
- [3] Wright, P. J. F.: Comments on an indirect tensile test on concrete cylinders. Magazine of Concrete Research 7 (1955) Nr. 20, S. 87/96.
- [4] Aboll, B. W., und K. F. Reinschmidt: Photoelastic studies of the tensile briquet. Massachusetts Inst. Technology Report 142, Juni 1959.
- [5] Naschold, G.: Die größten Randspannungen der geraden, rechteckigen Balken mit Einzellasten. Der Bauingenieur 22 (1941) H. 5/6, S. 40/49.

- [6] Wright, P. J. F., und F. Garwood: The effect of the method of test on the flexural strength of concrete. Magazine of Concrete Research 4 (1952/53) Nr. 11, S. 67/74.
- [7] Nielsen, K. E. C.: Effect of various factors on the flexural strength of concrete test beams. Magazine of Concrete Research 5 (1953/54) Nr. 15, S. 105/114.
- [8] Seewald, F.: Die Spannungen und Formänderungen von Balken mit rechteckigen Querschnitt. Abhandlungen aus dem Aerodyn. Inst. an der Techn. Hochsch. Aachen 1927, Nr. 7, S. 11/13.
- [9] Timoshenko, S.: Theory of elasticity. New York 1934, McGraw-Hill Book Comp. Inc., S. 95/104.
- [10] Goldbeck, A. T.: Tensile and flexural strengths of concrete. Report on significance of tests of concrete and concrete aggregates. Amer. Soc. Test. Mat. 1943, S. 15 (ASTM-Committee C — 9).
- [11] Gebauer, F.: Über die Biegezugfestigkeit des Betons und ihre Mitwirkung im Stahlbetonbalken. Bauplanung — Bautechnik 11 (1957) H. 7, S. 294/297.
- [12] Walz, K., und J. Bonzel: Festigkeitsentwicklung verschiedener Zemente bei niedrigerer Temperatur. beton 11 (1961) H. 1, S. 35/48.
- [13] Graf, O., und K. Walz: Vergleichende Prüfungen von Straßenbauzementen in der Versuchsanstalt und in der Straße. Zement 28 (1939) S. 445 ff., 461 ff., 475 ff., 491 ff. und 505 ff.
- [14] Graf, O., und K. Walz: Untersuchung von Sonderzementen in der Versuchsanstalt und in der Straße. Zement 30 (1941) S. 153 ff., 169 ff., 181 ff., 191 ff., 205 ff. und 219 ff.
- [15] Wischers, G.: Physikalische Eigenschaften des Zementsteins. beton 11 (1961) H. 7, S. 481/486.
- [16] Hummel, A.: Das Beton-ABC. 12. Aufl. Verlag von Wilh. Ernst & Sohn, Berlin 1959, S. 15, 90, 120 und 201.
- [17] Jones, R., und M. F. Kaplan: The effect of coarse aggregate on the mode of failure of concrete in compression and flexure. Magazine of Concrete Research 9 (1957) Nr. 26, S. 89/94.
- [18] Kaplan, M. F.: Flexural and compressive strength of concrete as affected by the properties of coarse aggregates. Proc. Amer. Concr. Inst. 55 (1958/59) S. 1193/1208.
- [19] Walker, St., und D. L. Bloem: Effects of aggregate size on properties of concrete. Proc. Amer. Concr. Inst. 57 (1960/61) S. 283/298.
- [20] Ramesh C. K., und S. K. Chopra: Determination of tensile strength of concrete and mortar by the split test. The Indian Concrete Journal 34 (1960) H. 9, S. 354/357.
- [21] Efsen, A., und O. Glarbo: New method of making tensile tests. Beton of Jernbeton (Journal of the Danish Inst. Civ. Eng.), Nr. 1. Nach einem Referat in Cement and Lime Manufacture XXIX (1956) Nr. 3, S. 37/40.
- [22] Wright, P. J. F., und A. D. McCubbin: Investigations into the design of concrete mixes on the basis of flexural strength. Road Res. Laboratory, Res. Note RN/2433, Februar 1955.
- [23] Sparkes, F. N.: Neue Erkenntnisse bei der Messung der Biegezugfestigkeiten des Betons. Bulet. de l'Assoc. Permanente des Congrès de la Route Nr. 25, 1955. Nach einem Referat in Brücke und Straße 8 (1956) H. 7, S. 206/207.
- [24] Walz, K.: Die Prüfung von Kies und Splitt für Straßenbeton. Die Betonstraße XIV (1939) H. 11, S. 215/221, und H. 12, S. 229/234.
- [25] Graf, O.: Die Eigenschaften des Betons. 2. Auflage neubearbeitet von W. Albrecht und H. Schäffler. Springer-Verlag, Berlin/Göttingen/Heidelberg 1960, S. 193, 195, 333.
- [26] Singh, B. G.: Specific surface of aggregates related to compressive and flexural strength of concrete. Proc. Amer. Concr. Inst. 54 (1957/58) S. 897/907.

- [27] Kellermann, W. F.: Effect of size of specimen, size of aggregate and method of loading upon the uniformity of flexural strength test. Public Roads 13 (1932/33) H. 11, S. 177/184.
- [28] Saul, A. G. A.: A comparison of the compressive, flexural and tensile strengths of concrete. Cement and Concrete Assoc. London, Juni 1960, Techn. Rep. TRA/333.
- [29] Shacklock, B. W., und P. W. Keene: A comparison of the compressive and flexural strengths of concrete with and without entrained air. Cement and Concrete Assoc. London, Dezember 1957, Techn. Rep. TRA/283.
- [30] Walker, St., und D. L. Bloem: Effect of curing and moisture distribution on measured strength of concrete. Proc. Highw. Res. Board 36 (1957) S. 334/346.
- [31] Abrams, D. A.: Flexural strength of plain concrete. Struct. Mat. Res. Laboratory, Bull. 11, Chicago, Juni 1922.
- [32] Gonnerman, H. F., und E. C. Shuman: Flexure and tension tests of plain concrete. Portland Cement Assoc. Rep. of the Director of Res., Chicago, Nov. 1928, S. 137/200.
- [33] Wischers, G.: Einfluß einer Temperaturänderung auf die Festigkeit von Zementstein und Zementmörtel mit Zuschlagstoffen verschiedener Wärmedehnung. Dissertation TH Aachen 1961. Siehe auch Schriftenreihe der Zementindustrie, Heft 28.
- [34] Bonzel, J.: Zement- und Betonerhärtung in Abhängigkeit von der Temperatur. Der Deutsche Baumeister 22 (1961) H. 12, S. 1066/1072.
- [35] Tucker, J.: Statistical theory of the effect of dimensions and of method of loading upon the modulus of rupture of beams. Proc. Amer. Soc. Test. Mat. 41 (1941) S. 1072/1088.
- [36] Walker, St., und D. L. Bloem: Studies of flexural strength of concrete. Part. 3: Effects of variations in testing procedures. Proc. Amer. Soc. Test. Mat. 57 (1957) S. 1122/1139.
- [37] Bonzel, J.: Elastische und bleibende Zusammendrückungen des Betons im Kurzzeitversuch und Möglichkeiten ihrer Beeinflussung. Zement-Kalk-Gips 10 (1957) H. 10, S. 421/430.
- [38] Bonzel, J.: Zur Gestaltsabhängigkeit der Betondruckfestigkeit. Beton- und Stahlbetonbau 54 (1959) H. 9, S. 223/228, und H. 10, S. 247/248.
- [39] Reagel, F. V., und T. F. Willis: The effect of the dimensions of test specimens on the flexural strength of concrete. Public Roads 12 (1931/32) H. 2, S. 27/46.
- [40] Voellmy, A.: Festigkeitskontrolle von Betonbelägen. Betonstraßen-Jahrbuch 1957/58, Band 3, Fachverband Zement, Köln, S. 179/204.
- [41] Lindner, C. P., und J. C. Sprague: Effect of depth of beam upon the modulus of rupture of plain concrete. Proc. Amer. Soc. Test. Mat. 55 (1955) S. 1062/1079.
- [42] Graf, O.: Festigkeit und Elastizität von Beton mit hoher Festigkeit. Deutscher Ausschuß für Stahlbeton, Heft 113, Verlag von W. Ernst & Sohn, Berlin 1954, S. 57/68.
- [43] Walz, K.: Prüfung der Festigkeit des Betons insbesondere im Laboratorium. Handbuch der Werkstoffprüfung 3. Bd. Prüfung nichtmetallischer Baustoffe. 1. Aufl. Springer-Verlag, Berlin 1941, S. 458/478.
- [44] Akazawa, T.: Methode pour l'essai de traction des bétons. RILEM-Bulletin 1953, H. 16, S. 13/23.
- [45] Thaulow, S.: Tensile splitting test and high strength concrete test cylinders. Proc. Amer. Concr. Inst. 53 (1957) S. 699/706.
- [46] Rüscher, H., und G. Vigerust: Discussion of a paper by Sven Thaulow: Tensile splitting test and high strength concrete test cylinders. Proc. Amer. Concr. Inst. 53 (1956/57) S. 1318/1325.
- [47] Grieb, E. W., und G. Werner: Comparison of the splitting tensile strength of concrete with flexural and compressive strengths. Public Roads 32 (1962) H. 5, S. 97/106.
- [48] Narrow, J., und E. Ullberg: Correlation between tensile splitting strength and flexural strength of concrete. Proc. Amer. Concr. Inst. 60 (1963) H. 1, S. 27/38.